

Hrvatsko matematičko društvo

HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

drugo kolo – srijeda, 7. listopada 2026.

Rješenja zadataka za grupu A (4./5. razred)

1. Karlo, Bojan i Emil rješavali su četiri zadatka iz matematike. Svaki od njih je dva zadatka riješio točno, a dva netočno. Jedan od učenika točno je riješio 1. i 2. zadatak. U tablici su prikazani rezultati koje su učenici dobili u pojedinim zadacima.

	1. zadatak	2. zadatak	3. zadatak	4. zadatak
Karlo	158	41	77	211
Bojan	158	36	76	209
Emil	161	37	75	211

Odredi točan rezultat svakog zadatka.

Prvo rješenje.

Ako je točan rezultat na 1. zadatku 161, onda je Emil točno riješio taj zadatak, a Karlo i Bojan nisu. Zaključujemo da je Emil točno riješio 1. i 2. zadatak, a nije točno riješio 3. i 4. zadatak. Iz toga slijedi da Karlo nije točno riješio 2. zadatak jer mu je rezultat drugačiji od Emilovog, a nije riješio ni 4. zadatak jer mu je rezultat isti kao Emilov. Dakle, Karlo nije točno riješio barem tri zadatka, što nije moguće.

	1. zadatak	2. zadatak	3. zadatak	4. zadatak
Karlo	158	41	77	211
Bojan	158	36	76	209
Emil	161	37	75	211

Dakle, točan rezultat na 1. zadatku je 158.

Ako je 209 točan rezultat 4. zadatka, onda je Bojan točno riješio 1. i 4. zadatak, a netočno 2. i 3. zadatak. Karlo mora biti učenik koji je riješio točno 1. i 2. zadatak, pa je netočno riješio 3. i 4. zadatak. Slijedi da je Emil netočno riješio 1., 2. i 4. zadatak, što ne može biti.

	1. zadatak	2. zadatak	3. zadatak	4. zadatak
Karlo	158	41	77	211
Bojan	158	36	76	209
Emil	161	37	75	211

Dakle, točan rezultat na 4. zadatku je 211.

Budući da je 158 točan rezultat 1. zadatka, a 211 točan rezultat 4. zadatka, slijedi da je Karlo točno riješio 1. i 4. zadatak, a netočno 2. i 3. zadatak.

	1. zadatak	2. zadatak	3. zadatak	4. zadatak
Karlo	158	41	77	211
Bojan	158	36	76	209
Emil	161	37	75	211

Emil nije točno riješio 1. zadatak, a Bojan jest, pa Bojan mora biti učenik koji je riješio točno 1. i 2. zadatak. Emil je točno riješio 4. zadatak, a nije 1. i 2. zadatak, pa je on točno riješio 3. zadatak.

	1. zadatak	2. zadatak	3. zadatak	4. zadatak
Karlo	158	41	77	211
Bojan	158	36	76	209
Emil	161	37	75	211

Točni su rezultati redom po zadacima: 158, 36, 75 i 211.

Drugo rješenje.

Razlikujemo tri slučaja, ovisno o tome tko je točno riješio prvi i drugi zadatak.

(a) Emil je točno riješio 1. i 2. zadatak

U tom slučaju točan je rezultat prvog zadatka 161, a drugog zadatka 37. Ni Karlo ni Bojan nisu točno riješili prvi ni drugi zadatak, pa bi njihovi rezultati trećeg i četvrtog zadatka trebali biti točni. Međutim, njihovi rezultati se razlikuju, pa nije moguće da su obojica točno riješili.

(a)	1. zadatak	2. zadatak	3. zadatak	4. zadatak
Karlo	158	41	77	211
Bojan	158	36	76	209
Emil	161	37	75	211

(b) Karlo je točno riješio 1. i 2. zadatak

U tom je slučaju točan rezultat prvog zadatka 158, a drugog zadatka 41. U četvrtom zadatku Karlov rezultat nije točan, a to znači da ni Emil nije točno riješio četvrti zadatak. Međutim, Emil nije točno riješio ni prvi ni drugi zadatak, pa Emil ne može imati dva točno riješena zadatka.

(b)	1. zadatak	2. zadatak	3. zadatak	4. zadatak
Karlo	158	41	77	211
Bojan	158	36	76	209
Emil	161	37	75	211

(c) Bojan je točno riješio 1. i 2. zadatak

U tom je slučaju točan rezultat prvog zadatka 158, a drugog zadatka 36.

(c)	1. zadatak	2. zadatak	3. zadatak	4. zadatak
Karlo	158	41	77	211
Bojan	158	36	76	209
Emil	161	37	75	211

Emil nije točno riješio ni 1. ni 2. zadatak, pa su njegovi rezultati 3. i 4. zadatka točni.

Vidimo da je Karlo točno riješio 1. i 4. zadatak.

(c)	1. zadatak	2. zadatak	3. zadatak	4. zadatak
Karlo	158	41	77	211
Bojan	158	36	76	209
Emil	161	37	75	211

Točni su rezultati redom po zadatcima: 158, 36, 75 i 211.

Treće rješenje.

U tablici je ukupno 12 brojeva. U retku za svakog učenika nalaze se točno 2 točna rezultata i točno 2 netočna rezultata, pa je ukupno 6 točnih i 6 netočnih rezultata.

U stupcima za 2. i 3. zadatak nalaze se različiti brojevi, pa se u svakom od tih stupaca može nalaziti najviše jedan točan rezultat. Kako bi u tablici bilo 6 točnih rezultata, u stupcima za 1. i 4. zadatak moraju se nalaziti po 2 točna rezultata, što je moguće samo ako je na 1. zadatku točan rezultat 158, a na 4. zadatku točan rezultat 211. Karlo je točno riješio 1. i 4. zadatak, a netočno 2. i 3. zadatak.

Dalje zaključujemo kao u prvom rješenju da je Bojan riješio točno 1. i 2. zadatak, a netočno 3. i 4. zadatak, dok je Emil točno riješio 3. i 4. zadatak, a netočno 1. i 2. zadatak.

Točni su rezultati redom po zadatcima: 158, 36, 75 i 211.

2. Mia skuplja sličice koje se prodaju u tri vrste paketića. U paketiću mogu biti tri, četiri ili pet sličica. Od bake je dobila 33 paketića s ukupno 118 sličica. Među tim paketićima je dvostruko više onih s tri sličice nego svih ostalih paketića zajedno. Koliko je paketića svake vrste Mia dobila?

Rješenje.

Budući da je Mia dobila dvostruko više paketića s tri sličice nego svih paketića s četiri ili pet sličica zajedno, zaključujemo da jednu trećinu ukupnog broja paketića čine paketići s četiri ili pet sličica.

Paketići s 3 sličice	Paketići s 4 ili 5 sličica
----------------------	----------------------------

Paketića s četiri ili pet sličica ima $33 : 3 = 11$, a paketića s tri sličice ima $2 \cdot 11 = 22$.

U 22 paketića od tri sličice nalazi se $22 \cdot 3 = 66$ sličica, a u preostalim 11 paketića $118 - 66 = 52$ sličice.

Kad bi svih 11 paketića sadržavalo po četiri sličice, zajedno bi sadržavali $11 \cdot 4 = 44$ sličice.

Kako je ukupan broj sličica 52, razlika $52 - 44 = 8$ znači da se u 8 paketića nalazi po pet sličica, a u $11 - 8 = 3$ paketića nalaze se po četiri sličice.

Mia je dobila 22 paketića od tri sličice, 3 paketića od četiri sličice i 8 paketića od pet sličica.

3. Iris je u prvom retku napisala troznamenkasti broj kojemu je zbroj znamenaka 12. U drugom je retku napisala troznamenkasti broj kojemu je znamenka stotica ista kao prvom broju, a znamenke desetica i jedinica su u obrnutom poretku. Oba je broja pomnožila brojem 7. Umnožak u prvom retku je za 189 veći od umnoška u drugom retku. Koji je troznamenkasti broj Iris napisala u prvom retku? Odredi sve mogućnosti.

Rješenje.

Broj 189 jednak je razlici dvaju umnožaka koje je Iris izračunala. Budući da su oba troznamenkasta broja pomnožena brojem 7, dijeljenjem $189 : 7 = 27$ dobivamo njihovu razliku. Dakle, broj u prvom retku je za 27 veći od broja u drugom retku, tj. od broja koji nastane kada znamenke na mjestima desetica i jedinica zamijene mjesta.

Zbog premještanja znamenke s mjesta jedinica na mjesto desetica, broj se povećava za deveterostruku vrijednost te znamenke. Zbog premještanja znamenke s mjesta desetica na mjesto jedinica, broj se smanjuje za deveterostruku vrijednost te znamenke.

Zato se pri toj zamjeni mjesta znamenaka broj mijenja za deveterostruku vrijednost razlike tih znamenaka. Da bi se broj smanjio za 27, znamenka desetica mora biti za 3 veća od znamenke jedinica. Tada se zamjenom mjesta broj gube 3 desetice i dobivaju 3 jedinice, što daje ukupno smanjenje za $30 - 3 = 27$.

Zaključujemo da je znamenka desetica za 3 veća od znamenke jedinica.

Dodatni je uvjet da je zbroj znamenaka broja u prvom retku 12.

Rješenja ćemo tražiti redom tako da u prvom stupcu ispisujemo sve moguće znamenke jedinica, u drugom stupcu pišemo odgovarajuću znamenku desetica (za 3 veća od znamenke jedinica), a u trećem znamenku stotica (tako da zbroj znamenaka bude 12).

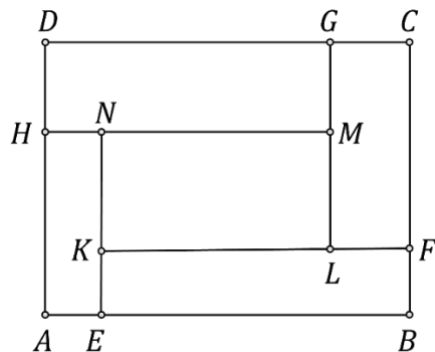
<i>J</i>	D	S	broj u prvom retku	broj u drugom retku
0	3	9	930	903
1	4	7	741	714
2	5	5	552	525
3	6	3	363	336
4	7	1	174	147
5	8	—		
6	9	—		
7	—			
8	—			
9	—			

Iris je u prvom retku napisala jedan od brojeva 930, 741, 552, 363 i 174.

Napomena: Do zaključka da je znamenka desetica za točno 3 veća od znamenke jedinica možemo doći i promatranjem pisanog oduzimanja brojeva u prvom i drugom retku.

4. Pravokutnik $ABCD$ opsega 52 cm podijeljen je na pet pravokutnika kao na slici. Dužina $\overline{EB}$ ima duljinu 12 cm, dužina $\overline{FC}$ duljinu 8 cm, dužina $\overline{GD}$ duljinu 11 cm, a dužina $\overline{HA}$ duljinu 9 cm.

Koliki je opseg pravokutnika $KLMN$?



Prvo rješenje.

Dužine $\overline{DG}$ i $\overline{EB}$ su usporedne, a zbroj njihovih duljina je $11 + 12 = 23$ cm.

Prikažimo taj zbroj na drugi način:

$$\begin{aligned}
 |DG| + |EB| &= |HM| + |EB| && \text{jer su duljine stranica } \overline{DG} \text{ i } \overline{HM} \text{ pravokutnika } DHMG \text{ jednake} \\
 &= (|HN| + |NM|) + |EB| && \text{jer je } N \text{ točka na dužini } \overline{HM} \\
 &= |AE| + |NM| + |EB| && \text{jer su duljine stranica } \overline{HN} \text{ i } \overline{AE} \text{ pravokutnika } AENH \text{ jednake} \\
 &= (|AE| + |EB|) + |NM| \\
 &= |AB| + |NM|. && \text{jer je } E \text{ točka na dužini } \overline{AB}
 \end{aligned}$$

Zato je $|AB| + |NM| = 23$ cm.

I dužine $\overline{AH}$ i $\overline{FC}$ su usporedne, a zbroj njihovih duljina je $9 + 8 = 17$ cm.

Taj zbroj možemo prikazati ovako:

$$\begin{aligned}
 |AH| + |FC| &= |EN| + |FC| = (|EK| + |KN|) + |FC| \\
 &= |BF| + |KN| + |FC| = (|BF| + |FC|) + |KN| = |BC| + |KN|,
 \end{aligned}$$

pa je $|BC| + |KN| = 17$ cm.

Zbrajanjem dobivenih jednakosti dobivamo

$$(|AB| + |NM|) + (|BC| + |KN|) = 23 + 17 = 40 \text{ cm},$$

što možemo zapisati i ovako:

$$(|AB| + |BC|) + (|NM| + |KN|) = 40 \text{ cm}.$$

Opseg pravokutnika $ABCD$ jednak je 52 cm, pa je $|AB| + |BC| = 26$ cm.

Zato je $|NM| + |KN| = 40 - 26 = 14$ cm.

Konačno, opseg pravokutnika $KLMN$ jednak je $2 \cdot 14 = 28$ cm.

Drugo rješenje.

Iz $2 \cdot (|AB| + |BC|) = 52$ cm, slijedi $|AB| + |BC| = 26$ cm.

Stoga je

$$26 = |AB| + |BC| = |AE| + |EB| + |BF| + |FC| = |AE| + 12 + |BF| + 8 = |AE| + |BF| + 20,$$

iz čega slijedi $|AE| + |BF| = 26 - 20 = 6$ cm.

Uočavajući pravokutnike $BFKE$, $MLNK$ i $ENHA$ slijedi

$$|BF| + |ML| = |EK| + |KN| = |EN| = |AH| = 9 \text{ cm},$$

dok uočavajući pravokutnike $AENH$, $KLMN$ i $HMGD$ slijedi

$$|AE| + |KL| = |HN| + |NM| = |HM| = |DG| = 11 \text{ cm.}$$

Zbrajanjem jednakosti $|BF| + |ML| = 9 \text{ cm}$ i $|AE| + |KL| = 11 \text{ cm}$, dobivamo

$$|BF| + |ML| + |AE| + |KL| = 20 \text{ cm.}$$

Budući da je $|AE| + |BF| = 6 \text{ cm}$, slijedi

$$|ML| + |KL| = 20 - 6 = 14 \text{ cm.}$$

Konačno, opseg pravokutnika $KLMN$ jednak je

$$2 \cdot (|ML| + |KL|) = 2 \cdot 14 = 28 \text{ cm.}$$

5. U kutiji je 25 karata označenih različitim brojevima od 1 do 25. Sanja je iz kutije uzela 12 karata, Igor četiri i Ana tri karte, a šest je karata ostalo u kutiji. Nakon što je svatko pogledao svoje karte, poveo se razgovor.

Sanja: Igore, sigurna sam da je zbroj brojeva na tvojim kartama paran.

Igor: Aha! Sada znam da zbroj brojeva na Aninim kartama nije veći od 45.

Koje su karte kod Igora? Obrazloži.

Rješenje.

Sanja zna samo kojih je 12 karata kod nje, a sigurna je da je zbroj brojeva na Igorove četiri karte paran. Promotrimo kako je to moguće.

Zbroj četiri broja je paran ako su sva četiri broja parna, ako su među njima dva parna i dva neparna broja i ako su sva četiri broja neparna.

Kada bi među kartama koje nisu kod Sanje bilo i parnih i neparnih, Igor bi mogao imati ili jednu kartu s parnim brojem i tri karte s neparnim brojevima ili tri karte s parnim brojevima i jednu s neparnim brojem, a u tim slučajevima zbroj bi bio neparan.

Sanja je dakle sigurna da su sva četiri broja na Igorovim kartama iste parnosti, tj. da su svi parni ili svi neparni.

Među brojevima od 1 do 25 nalazi se 13 neparnih (1, 3, 5, ..., 25) i 12 parnih brojeva (2, 4, 6, ..., 24).

Kako Sanja ima 12 karata, slijedi je svih 12 karata s parnim brojevima kod nje.

Igor to također zna nakon što je Sanja izjavila da je Igorov zbroj paran.

Preostale su karte s brojevima

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25

Igor ima četiri od tih karata, a Ana tri.

Ako su kod Igora četiri karte s najvećim (neparnim) brojevima, 25, 23, 21 i 19, onda zbroj brojeva na Aninim kartama može biti najviše $17 + 15 + 13 = 45$.

Da su kod Igora neke karte s manjim brojevima od 25, 23, 21 i 19, onda bi se kod Ane mogle nalaziti neke karte s većim brojevima od 17, 15 i 13, te bi zbroj Aninih karata mogao biti veći.

Dakle, kod Igora su karte s brojevima 19, 21, 23 i 25.