

MEDO 2025./2026.

Treće kolo

17.1.2026.

Loomen

Kadeti (5. i 6. r. OŠ)

Pokraj svakog zadatka naznačeno je s koliko bodova se ocjenjuje. Za ukupni rezultat na pojedinom kolu zbrajaju se bodovi s 4 najbolje ocijenjena zadatka.

Osim konačnog rezultata vrednuje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadaci

Zadatak K-3.1. [10 bodova]

Šest pasa ima veću masu od deset mačaka. Što ima veću masu: dva psa ili tri mačke?

Zadatak K-3.2. [15 bodova]

Dan je pravokutnik $ABCD$ čiji je opseg 64 cm. Na stranici $\overline{AB}$ istaknuta je točka M takva da je duljina $|AM|$ za 8 cm manja od duljine $|BC|$, a duljina $|MB|$ je četiri puta veća od duljine $|AM|$.

Izračunaj površinu pravokutnika $ABCD$.

Zadatak K-3.3. [20 bodova]

Zgrade u gradskim ulicama označene su brojevima. Od početka ulice zgrade s lijeve strane označavaju se neparnim brojevima 1, 3, 5, ..., a s desne strane parnim brojevima 2, 4, 6, ...

U zapisu svih brojeva s lijeve strane jedne ulice nalazi se 26 znamenki 3 i 24 znamenke 5. U zapisu svih brojeva s desne strane iste ulice nalazi se 26 znamenki 2 i 9 znamenki 5. Koliko je ukupno zgrada u toj ulici?

Zadatak K-3.4. [25 bodova]

Za koje će vrijeme tri radnika završiti neki posao radeći zajedno ako bi ga prvi završio sam za 4 sata, drugi za 5 sati, a treći za 20 sati?

Zadatak K-3.5. [30 bodova]

S vanjske strane trokuta ABC nacrtani su jednakostranični trokuti CBD , ACE i BAF .

Koliko ima različitih mogućnosti za duljine stranica trokuta ABC ako se zna da su sve tri duljine prirodni brojevi te da opseg trokuta BAF iznosi 27, a opseg peterokuta $ABDCE$ iznosi 41?

Zadatak K-3.6. [35 bodova]

Prirodan broj n podijeljen sa 6 daje ostatak 4, a podijeljen s 15 daje ostatak 7.

Koji su mogući ostatci pri dijeljenju broja n s 30?

Zadatak K-3.7. [40 bodova]

Ime i prezime svakog učenika jedne škole zapisano je na zasebnoj ceduljici i ubačeno u kutiju. Lovro nasumce izvadi određeni broj ceduljica iz kutije, izbroji ih te bez gledanja imena i prezimena napisanih na njima kaže: „Sa sigurnošću mogu reći da među učenicima čija imena i prezimena su zapisana na izvađenim ceduljicama postoji dvoje koji imaju rođendan istog dana.”

Livia tada prebroji preostale papiriće u kutiji (bez gledanja imena) i kaže: „A ja sa sigurnošću mogu reći da među učenicima čija imena i prezimena su ostala u kutiji sigurno postoji troje učenika koji imaju rođendan istog dana.”

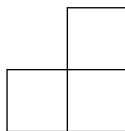
Ako su Lovro i Livia doista u pravu, koliki je najmanji broj učenika te škole?

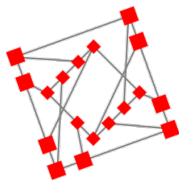
Ne postoje dva učenika u školi koji imaju isto ime i prezime. Uzimamo u obzir da učenici mogu biti rođeni i 29. veljače, dakle smatramo da godina ima 366 dana.

Zadatak K-3.8. [45 bodova]

Za koje se prirodne brojeve n pravokutna ploča dimenzija $9 \times n$ može potpuno prekriti *L-triomino pločicama* (kao na slici) tako da se one međusobno ne preklapaju?

Pločice se mogu rotirati.





MEDO 2025./2026.

Treće kolo

17.1.2026.

Loomen

Juniori (7. i 8. r. OŠ)

Pokraj svakog zadatka naznačeno je s koliko bodova se ocjenjuje. Za ukupni rezultat na pojedinom kolu zbrajaju se bodovi s 4 najbolje ocijenjena zadatka.

Osim konačnog rezultata vrednuje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadaci

Zadatak J-3.1. [10 bodova]

Zgrade u gradskim ulicama označene su brojevima. Od početka ulice zgrade s lijeve strane označavaju se neparnim brojevima 1, 3, 5, ..., a s desne strane parnim brojevima 2, 4, 6, ...

U zapisu svih brojeva s lijeve strane jedne ulice nalazi se 26 znamenki 3 i 24 znamenke 5. U zapisu svih brojeva s desne strane iste ulice nalazi se 26 znamenki 2 i 9 znamenki 5. Koliko je ukupno zgrada u toj ulici?

Zadatak J-3.2. [15 bodova]

S vanjske strane trokuta ABC nacrtani su jednakokranični trokuti CBD , ACE i BAF .

Koliko ima različitih mogućnosti za duljine stranica trokuta ABC ako se zna da su sve tri duljine prirodni brojevi te da opseg trokuta BAF iznosi 27, a opseg peterokuta $ABDCE$ iznosi 41?

Zadatak J-3.3. [20 bodova]

Na raspolaganju imamo tri sokovnika za cijedenje naranči. Za cijedenje 7 kg naranči prvom je sokovniku potrebno 10 minuta, a drugom 15 minuta. Ako naranče istodobno cijedimo sa sva tri sokovnika, završit ćemo cijedenje za 5 minuta.

Koliko je vremena potrebno za cijedenje 7 kg naranči ako koristimo samo treći sokovnik, a koliko ako istodobno koristimo drugi i treći sokovnik?

Zadatak J-3.4. [25 bodova]

Prirodan broj n podijeljen sa 6 daje ostatak 4, a podijeljen sa 15 daje ostatak 7.

Koji su mogući ostatci pri dijeljenju broja n sa 30?

Zadatak J-3.5. [30 bodova]

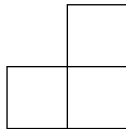
Riješi sustav jednačini:

$$\begin{cases} \frac{2}{x+y} + \frac{3}{3x-y+3} = \frac{7}{10} \\ \frac{3}{x+y} + \frac{1}{y-3x-3} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Zadatak J-3.6. [35 bodova]

Za koje se prirodne brojeve n pravokutna ploča dimenzija $9 \times n$ može potpuno prekriti *L-triomino pločicama* (kao na slici) tako da se one međusobno ne preklapaju?

Pločice se mogu rotirati.



Zadatak J-3.7. [40 bodova]

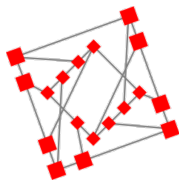
U pravokutniku $ABCD$ točka E je nožište okomice iz vrha B na dijagonalu $\overline{AC}$. Neka je točka M polovište dužine $\overline{AE}$, a točka N polovište stranice $\overline{CD}$.

Dokaži da je $\angle BMN = 90^\circ$.

Zadatak J-3.8. [45 bodova]

Matematičar Matko želi povući 2023 dijagonale u pravilnom 2026-erokutu S tako da se nikoje dvije od njih ne sijeku. *Raspon* dijagonale d definiramo kao manji broj stranica mnogokuta S između vrhova dijagonale d .

Neka je D najveća razlika raspona dijagonala među svim dijagonalama od S koje je Matko nacrtao. Odredi najmanju vrijednost D koju Matko može postići.



MEDO 2025./2026.

Treće kolo

17.1.2026.

Loomen

Seniori (1. – 4. r. SŠ)

Pokraj svakog zadatka naznačeno je s koliko bodova se ocjenjuje. Za ukupni rezultat na pojedinom kolu zbrajaju se bodovi s 4 najbolje ocijenjena zadatka.

Osim konačnog rezultata vrednuje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadaci

Zadatak S-3.1. [10 bodova]

Izračunaj

$$\frac{1}{\frac{1^2}{2026^2} + 1} + \frac{1}{\frac{2^2}{2025^2} + 1} + \frac{1}{\frac{3^2}{2024^2} + 1} + \cdots + \frac{1}{\frac{2026^2}{1^2} + 1}.$$

Zadatak S-3.2. [15 bodova]

Neka je $p \neq 3$ prost broj i neka su a i b cijeli brojevi takvi da

$$p \mid a + b \quad \text{i} \quad p^2 \mid a^3 + b^3.$$

Dokaži da vrijedi $p^2 \mid a + b$ ili $p^3 \mid a^3 + b^3$.

Zadatak S-3.3. [20 bodova]

Zadan je trokut ABC sa stranicama duljina $|BC| = 2025$, $|AC| = 2026$ i $|AB| = 2027$. Na stranici $\overline{BC}$ odabrana je točka D tako da upisane kružnice trokuta ABD i ADC dodiruju dužinu $\overline{AD}$ u istoj točki.

Odredi duljinu dužine $\overline{BD}$.

Zadatak S-3.4. [25 bodova]

Matematičar Matko želi povući 2023 dijagonale u pravilnom 2026-erokutu S tako da se nikoje dvije od njih ne sijeku. *Raspon* dijagonale d definiramo kao manji broj stranica mnogokuta S između vrhova dijagonale d .

Neka je D najveća razlika raspona dijagonala među svim dijagonalama od S koje je Matko nacrtao. Odredi najmanju vrijednost D koju Matko može postići.

Zadatak S-3.5. [30 bodova]

Medvjedi Branko, Bruna i Brundo žive u različitim kućama (točkama u ravnini). Medvjedi su odlučili spremati zalihe hrane na jedno mjesto (točku u ravnini) tako da zbroj vremena koja su im potrebna da dođu od svojih kuća do spremišta bude najmanji mogući.

Svi medvjedi hodaju od svoje kuće do spremišta po pravcu i svi prave korake iste duljine, ali dok Branko napravi jedan korak, Bruna napravi dva koraka, a Brundo tri koraka.

Odredi gdje medvjedi trebaju napraviti spremište hrane.

Zadatak S-3.6. [35 bodova]

Na konferenciji je 25 diplomata. Prije konferencije, svaka dva diplomata su se dogovorila na kojem jeziku će razgovarati. Poznato je da među bilo koja tri diplomata postoji diplomat koji će koristiti isti jezik za razgovor s preostala dva diplomata.

Dokaži da postoji diplomat koji na istom jeziku razgovara s najmanje devet drugih diplomata.

Zadatak S-3.7. [40 bodova]

Neka je O središte opisane kružnice te I središte upisane kružnice trokuta ABC . Upisana kružnica trokuta ABC dira stranice $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ i $\overline{CA}$ redom u točkama D , E i F .

Neka je G težište trokuta DEF . Dokaži da se točke I , O i G nalaze na istom pravcu.

Zadatak S-3.8. [45 bodova]

Neka je a cijeli broj i n prirodan broj. Dokaži da je zbroj

$$\sum_{k=1}^n a^{D(k,n)}$$

djeljiv s n .

$D(x, y)$ označava najveći zajednički djeliteľ prirodnih brojeva x i y .