

MEDO 2025./2026.

Prvo kolo

8.11.2025.

Loomen

Kadeti (5. i 6. r. OŠ)

Zadaci

Zadatak K-1.1. [10 bodova]

Izračunaj

$$99 - 8 \cdot \{77 - 6 \cdot [55 - 4 \cdot (33 - 2 \cdot 11)]\}.$$

Zadatak K-1.2. [15 bodova]

Jakov je prvog dana u mjesecu dobio mjesečni džeparac. Na početku mjeseca, Jakov je kupio tri bilježnice na kvadratiće za ukupno 6 eura. Sredinom mjeseca Jakov je kupio novu loptu za polovinu preostalog iznosa koji mu je ostao od džeparca. Na kraju mjeseca kupio je četiri bilježnice na linije, koje koštaju upola manje od bilježnica na kvadratiće. Za preostalih 18 eura džeparca Jakov je kupio ulaznice za kazališnu predstavu za svoju sestru i sebe.

Koliki džeparac je dobio Jakov?

Zadatak K-1.3. [20 bodova]

Za tablicu koja se sastoji od tri retka i tri stupca kažemo da je *magični kvadrat* ako je u svako njeno polje upisan po jedan prirodan broj te vrijedi da su svi zbrojevi triju brojeva iz istog retka, stupca i glavne dijagonale međusobno jednaki. Dodatno, svi brojevi u poljima magičnog kvadrata moraju biti međusobno različiti. Glavne dijagonale tablice čine središnje polje i dva nasuprotna kutna polja.

Ivan i Lucija zapisali su na ploču svoje omiljene magične kvadrata. Zatim je Matej „zbrojio“ Ivanov i Lucijin magični kvadrat, tj. zapisao je na ploču novi magični kvadrat u čijem je svakom polju zbroj brojeva koji su u odgovarajućim poljima u Ivanovom i Lucijinom magičnom kvadratu. No, kada je došla učiteljica, obrisala je neke od brojeva iz magičnih kvadrata. Na ploči je ostalo zapisano sljedeće:

2		
9		

+

20	12	

=

	17	5
		26

Odredi koji brojevi su bili upisani u preostalim poljima.

Zadatak K-1.4. [25 bodova]

Tonka pomaže mami napraviti kolač. U receptu piše da je za kolač potrebno 4 dl mlijeka. Mlijeko se nalazi u posudi od 8 dl koja je do vrha ispunjena mlijekom. Tonka ima još dvije prazne posude na raspolaganju, jednu od 3 dl, a drugu od 5 dl. Tonka može prelijevati mlijeko iz posude u posudu.

Kako Tonka može izmjeriti točno 4 dl mlijeka?

Posude nemaju nikakve oznake na sebi i Tonka nema na raspolaganju nikakvo drugo pomagalo za određivanje količine mlijeka u posudi.

Zadatak K-1.5. [30 bodova]

Andreina soba ima oblik kvadra. Odлучila je obojiti sva četiri zida sobe. S jednom litrom boje može se obojiti 955 dm^2 zida. Duljina sobe je 42 dm, a širina 4 m. Vrata sobe su pravokutnog oblika, visine 21 dm, a širine 1 m. U sobi su dva jednaka pravokutna prozora visine 13 dm i širine 9 dm. Pod i strop sobe se ne bojaju, kao ni vrata i prozori.

Ako je Andrea za bojanje sobe potrošila točno 4 litre boje, kolika je visina njezine sobe?

Zadatak K-1.6. [35 bodova]

Martin je prošle školske godine pisao ukupno šest testova iz matematike. Na svakom testu moguće je ostvariti bilo koji cijeli broj bodova između 0 i 100 (uključujući i te brojeve). Na prvih pet testova Martin je ostvario jednak broj bodova. Prosječan broj bodova koje je Martin ostvario na svih šest testova iznosi 72.

Koliko je bodova Martin mogao ostvariti na zadnjem testu?

Zadatak K-1.7. [40 bodova]

Peteroznamenasti broj zovemo *pikantnim* ako za njega vrijede sljedeća tri svojstva:

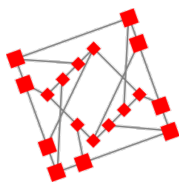
- smije sadržavati samo znamenke 0, 1, 3, 5, 7 i 9
- sve znamenke su mu međusobno različite
- nije višekratnik broja 30.

Koliko ima pikantnih brojeva?

Zadatak K-1.8. [45 bodova]

Neka je K prirodan broj. Ana i Bojan naprave hrpu od K kamenčića i zatim igraju igru. Naizmjenice, jedno za drugim uzimaju s hrpe ili jedan novčić ili četiri novčića. Pobjednik je onaj tko zadnji uzme novčić ili novčiće s hrpe.

Ako Ana igra prva, za koliko brojeva K manjih od 1000 Bojan ima strategiju koja mu osigurava pobjedu?



MEDO 2025./2026.

Prvo kolo

8.11.2025.

Loomen

Juniori (7. i 8. r. OŠ)

Zadaci

Zadatak J-1.1. [10 bodova]

Jakov je prvog dana u mjesecu dobio mjesečni džeparac. Na početku mjeseca, Jakov je kupio tri bilježnice na kvadratiće za ukupno 6 eura. Sredinom mjeseca Jakov je kupio novu loptu za polovinu preostalog iznosa koji mu je ostao od džeparca. Na kraju mjeseca kupio je četiri bilježnice na linije, koje koštaju upola manje od bilježnica na kvadratiće. Za preostalih 18 eura džeparca Jakov je kupio ulaznice za kazališnu predstavu za svoju sestru i sebe.

Koliki džeparac je dobio Jakov?

Zadatak J-1.2. [15 bodova]

Za tablicu koja se sastoji od tri retka i tri stupca kažemo da je *magični kvadrat* ako je u svako njeno polje upisan po jedan prirodan broj te vrijedi da su svi zbrojevi triju brojeva iz istog retka, stupca i glavne dijagonale međusobno jednaki. Dodatno, svi brojevi u poljima magičnog kvadrata moraju biti međusobno različiti. Glavne dijagonale tablice čine središnje polje i dva nasuprotna kutna polja.

Ivan i Lucija zapisali su na ploču svoje omiljene magične kvadrate. Zatim je Matej „zbrojio“ Ivanov i Lucijin magični kvadrat, tj. zapisao je na ploču novi magični kvadrat u čijem je svakom polju zbroj brojeva koji su u odgovarajućim poljima u Ivanovom i Lucijinom magičnom kvadratu. No, kada je došla učiteljica, obrisala je neke od brojeva iz magičnih kvadrata. Na ploči je ostalo zapisano sljedeće:

2		
9		

+

20	12	

=

	17	5
		26

Odredi koji brojevi su bili upisani u preostalim poljima.

Zadatak J-1.3. [20 bodova]

Na hipotenuzi $\overline{AB}$ pravokutnog trokuta ABC istaknute su točke D i E tako da vrijedi $|BD| = |BC|$ i $|AC| = |AE|$. Odredi mjeru kuta $\sphericalangle DCE$.

Zadatak J-1.4. [25 bodova]

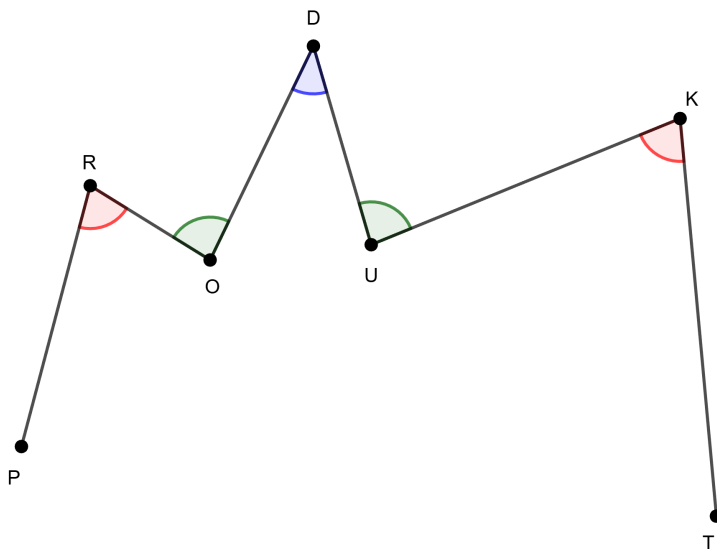
Peteroznamenasti broj zovemo *pikantnim* ako za njega vrijede sljedeća tri svojstva:

- smije sadržavati samo znamenke 0, 1, 3, 5, 7 i 9
- sve znamenke su mu međusobno različite
- nije višekratnik broja 30.

Koliko ima pikantnih brojeva?

Zadatak J-1.5. [30 bodova]

Mjera kutova označenih crvenom bojom na slici iznosi 73° (kutovi $\angle PRO$ i $\angle UKT$), plavom bojom 42° (kut $\angle ODU$), a zelenom bojom 84° (kutovi $\angle DOR$ i $\angle KUD$). Odredi mjeru kuta koji zatvaraju pravci PR i TK .

**Zadatak J-1.6.** [35 bodova]

Neka je K prirodan broj. Ana i Bojan naprave hrpu od K kamenčića i zatim igraju igru. Naizmjenice, jedno za drugim uzimaju s hrpe ili jedan novčić ili četiri novčića. Pobjednik je onaj tko zadnji uzme novčić ili novčiće s hrpe.

Ako Ana igra prva, za koliko brojeva K manjih od 1000 Bojan ima strategiju koja mu osigurava pobjedu?

Zadatak J-1.7. [40 bodova]

Odredi najveći prirodan broj n za koji vrijedi sljedeća tvrdnja:

postoji prirodan broj A takav da za svaki $2 \leq k \leq n$ postoji k uzastopnih prirodnih brojeva čiji je umnožak A .

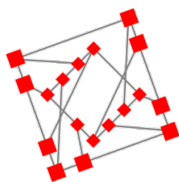
Zadatak J-1.8. [45 bodova]

Neka je N prirodan broj. Dana je $N \times N$ tablica u čije je svako polje upisan po jedan prirodan broj (upisani brojevi nisu nužno međusobno različiti). Roko može mijenjati brojeve u tablici tako da u svakom koraku odabere bilo koji 2×2 kvadrat tablice te unutar njega odabere tri polja u kojima uveća upisane brojeve za 1.

Za prirodan broj N kažemo da je *Rokov* ako Roko može postići da, nakon konačno mnogo takvih koraka, svi brojevi u tablici budu jednaki, bez obzira na to koji su brojevi bili upisani u tablicu na početku.

Dokaži:

- (a) 2025 nije Rokov broj
- (b) 2048 jest Rokov broj.



MEDO 2025./2026.

Prvo kolo

8.11.2025.

Loomen

Seniori (1. – 4. r. SŠ)

Zadaci

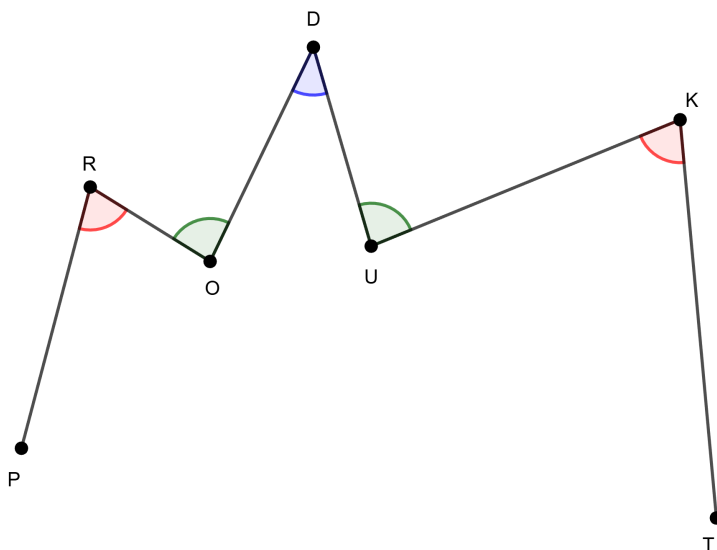
Zadatak S-1.1. [10 bodova]

Jakov je prvog dana u mjesecu dobio mjesečni džeparac. Na početku mjeseca, Jakov je kupio tri bilježnice na kvadratiće za ukupno 6 eura. Sredinom mjeseca Jakov je kupio novu loptu za polovinu preostalog iznosa koji mu je ostao od džeparca. Na kraju mjeseca kupio je i četiri bilježnice na linije, koje koštaju (svaka pojedinačno) upola manje od bilježnica na kvadratiće, nakon čega mu je preostalo točno 40% početnog iznosa džeparca.

Koliki džeparac je dobio Jakov?

Zadatak S-1.2. [15 bodova]

Mjera kutova označenih crvenom bojom na slici iznosi 73° (kutovi $\angle PRO$ i $\angle UKT$), plavom bojom 42° (kut $\angle ODU$), a zelenom bojom 84° (kutovi $\angle DOR$ i $\angle KUD$). Odredi mjeru kuta koji zatvaraju pravci PR i TK .



Zadatak S-1.3. [20 bodova]

Svakom vrhu pravilnog 2025-kuta pridružen je po jedan prirodan broj. Zbroj svih tih brojeva iznosi 7092. Par susjednih vrhova u ovom 2025-kutu nazivamo *prijateljskim* ako je zbroj njima pridruženih brojeva veći ili jednak 8.

Dokaži da postoje barem dva prijateljska para.

Zadatak S-1.4. [25 bodova]

Odredi najveći prirodan broj n za koji vrijedi sljedeća tvrdnja:

postoji prirodan broj A takav da za svaki $2 \leq k \leq n$ postoji k uzastopnih prirodnih brojeva čiji je umnožak A .

Zadatak S-1.5. [30 bodova]

Neka je I središte upisane kružnice trokuta ABC te neka su A_1 , B_1 i C_1 redom dirališta upisane kružnice sa stranicama $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ i $\overline{AB}$. Opisana kružnica trokuta BC_1B_1 siječe pravac BC u točkama B i K , a opisana kružnica trokuta CB_1C_1 siječe pravac BC u točkama C i L . Dokaži da se pravci LC_1 , KB_1 i IA_1 sijeku u jednoj točki.

Zadatak S-1.6. [35 bodova]

Dan je neparan prost broj p . Za prirodan broj k takav da je $1 \leq k \leq p-1$ označimo s d_k broj djelitelja broja $kp+1$ koji su veći od k i manji od p . Odredi $d_1 + d_2 + \dots + d_{p-1}$.

Zadatak S-1.7. [40 bodova]

Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da je

$$yf(x) + f(y) \geq f(xy)$$

za sve realne brojeve x i y .

Zadatak S-1.8. [45 bodova]

Arhipelag se sastoji od 2025 otoka, a jedini način prijevoza su brodske linije između nekih otoka (ako linija između dva otoka postoji, onda se može putovati u oba smjera).

Mirko i Slavko pretvorili su zajednički obilazak arhipelaga u igru. Mirko bira polazni otok, a zatim naizmjenice biraju sljedeći otok na koji će otputovati (prvi bira Slavko). Ne smiju odabrati otok koji su već posjetili. Igru gubi onaj tko ne može izabrati iduće odredište. Odredi tko ima pobjedničku strategiju.