

MEDO 2025./2026.

Četvrto kolo

14.2.2026.

Loomen

Kadeti (5. i 6. r. OŠ)

Pokraj svakog zadatka naznačeno je s koliko bodova se ocjenjuje. Za ukupni rezultat na pojedinom kolu zbrajaju se bodovi s 4 najbolje ocijenjena zadatka.

Osim konačnog rezultata vrednuje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadaci

Zadatak K-4.1. [10 bodova]

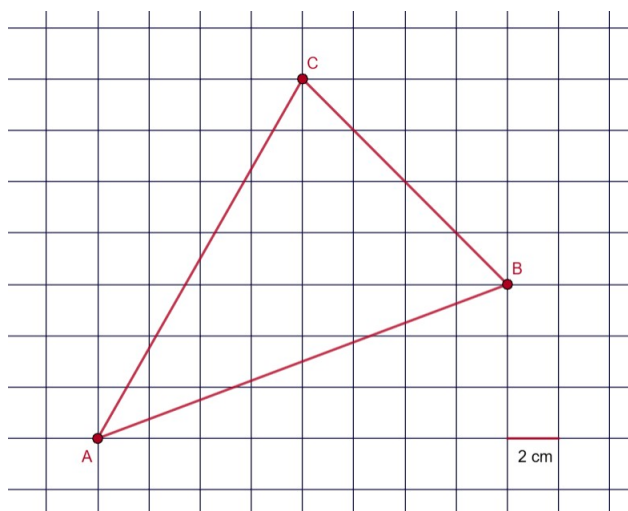
Najmanji četveroznamenkasti višekratnik broja 13 uvećan je za njegovu trinaestinu.

Odredi dobiveni broj.

Zadatak K-4.2. [15 bodova]

Trokut ABC smješten je u kvadratnu mrežu u kojoj je duljina stranice kvadratića 2 cm.

Izračunaj površinu trokuta ABC .



Zadatak K-4.3. [20 bodova]

Toma, Branko i Sven zajedno su skupili 67 bodova na školskom natjecanju iz matematike. Znamo da je Branko osvojio dvostruko više bodova od dvije trećine Tomina broja bodova, a Sven je osvojio 2 boda manje od pet sedmina Brankovih bodova.

Koliko je bodova osvojio svatko od njih?

Zadatak K-4.4. [25 bodova]

Organizacijski odbor dječje utrke „Mali brzići” nabavlja pobjedničko postolje za svečanost proglašenja najboljih trkača. Postolje se sastoji od tri platforme, za prvo, drugo i treće mjesto. Kada se postolje gleda sprijeda, vide se tri pravokutnika jednake širine, posložena tako da najviša platforma stoji u sredini, a svaka sljedeća (za drugo i treće mjesto) je 5 cm niža od prethodne. Organizatori žele da sve dimenzije tih pravokutnika budu cjelobrojne (u cm) te da ukupna površina tih triju pravokutnika iznosi 2700 cm^2 . Također, širina pojedine platforme treba biti veća od zbroja visina svih platformi, a najniža platforma treba biti visine barem 5 cm.

Koliko može iznositi visina platforme za 1. mjesto?

**Zadatak K-4.5.** [30 bodova]

Odredi sve moguće proste brojeve p i q te prirodan broj n takve da vrijedi $2p + 3q + 4n = 2026$.

Zadatak K-4.6. [35 bodova]

Pet pjevačica, Antonija, Ivana, Korina, Lucija i Mirela, otpjevale su neki broj pjesama na humanitar-nom koncertu. Svaku su pjesmu otpjevale zajedno tri pjevačice. Svaku od svojih odabranih pjesama svaka je pjevačica pjevala samo jednom. Antonija je otpjevala najviše, i to 8, a Ivana najmanje, i to 5 pjesama.

Koliko je ukupno pjesama otpjevano na ovom koncertu?

Napomena: potrebno je pokazati da se dobiveni broj pjesama doista može postići u skladu s uvjetima zadatka.

Zadatak K-4.7. [40 bodova]

Koliko ima brojeva manjih od 10 000 koji imaju točno 6 djelitelja?

Zadatak K-4.8. [45 bodova]

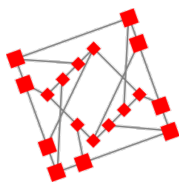
Uoči Valentinova, cvjećar Vlatko ima pune ruke posla i treba brzo sastavljati bukete. Na raspolaganju ima 4 vrste cvijeća: ruže, tulipane, karanfile i ljiljane. Planira sastaviti bukete od po 11 cvjetova.

Koliko različitih vrsta buketa Vlatko može sastaviti ako

- a) nije nužno staviti svaku vrstu cvijeća u buket,
- b) barem 1 cvijet svake vrste mora biti u buketu?

Vrste buketa se međusobno razlikuju po broju cvjetova pojedine vrste. Primjerice, jedna vrsta buketa sadrži 2 ruže, 5 tulipana i 4 ljiljana (bez karanfila), a druga vrsta sadrži 1 ružu, 5 tulipana, 2 ljiljana i 3 karanfila.

Pretpostavljamo da Vlatko ima dovoljno cvijeća svake vrste za sve bukete koje će napraviti.



MEDO 2025./2026.

Četvrto kolo

14.2.2026

Juniori (7. i 8. r. OŠ)

Loomen

Pokraj svakog zadatka naznačeno je s koliko bodova se ocjenjuje. Za ukupni rezultat na pojedinom kolu zbrajaju se bodovi s 4 najbolje ocijenjena zadatka.

Osim konačnog rezultata vrednuje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadaci

Zadatak J-4.1. [10 bodova]

Toma, Branko i Sven zajedno su skupili 67 bodova na školskom natjecanju iz matematike. Znamo da je Branko osvojio dvostruko više bodova od dvije trećine Tomina broja bodova, a Sven je osvojio 2 boda manje od pet sedmina Brankovih bodova.

Koliko je bodova osvojio svatko od njih?

Zadatak J-4.2. [15 bodova]

Ako brojeve 1995 i 2026 podijelimo istim brojem, dobit ćemo redom ostatke 52 i 16.

S kojim brojem smo podijelili dane brojeve?

Zadatak J-4.3. [20 bodova]

U dvije posude spremljene su dvije nijanse tempere ljubičaste boje, dobivene mješanjem crvene i plave tempere. U prvoj posudi je pomiješano 8 litara crvene i 7 litara plave tempere, a u drugoj posudi 11 litara crvene i 9 litara plave tempere. Iz obje posude izvađeno je istovremeno po 7 litara tempere te je zatim izvađeni dio iz prve posude uliven u drugu i obratno.

Od koliko se litara crvene, a od koliko plave tempere sastoji ljubičasta tempera u svakoj od posuda nakon prelijevanja?

Zadatak J-4.4. [25 bodova]

Pet pjevačica, Antonija, Ivana, Korina, Lucija i Mirela, otpjevale su neki broj pjesama na humanitar-nom koncertu. Svaku su pjesmu otpjevale zajedno tri pjevačice. Svaku od svojih odabranih pjesama svaka je pjevačica pjevala samo jednom. Antonija je otpjevala najviše, i to 8, a Ivana najmanje, i to 5 pjesama.

Koliko je ukupno pjesama otpjevano na ovom koncertu?

Napomena: potrebno je dokazati da se dobiveni broj pjesama doista može postići u skladu s uvjetima zadatka.

Zadatak J-4.5. [30 bodova]

U trokutu ABC točka P je polovište stranice $\overline{BC}$, a točka D je polovište težišnice $\overline{AP}$. Pravac CD siječe stranicu $\overline{AB}$ u točki E .

U kojem omjeru točka E dijeli stranicu $\overline{AB}$?

Zadatak J-4.6. [35 bodova]

Uoči Valentinova, cvjećar Vlatko ima pune ruke posla i treba brzo sastavljati bukete. Na raspolaganju ima 4 vrste cvijeća: ruže, tulipane, karanfile i ljiljane. Planira sastaviti bukete od po 11 cvjetova.

Koliko različitih vrsta buketa Vlatko može sastaviti ako

- a) nije nužno staviti svaku vrstu cvijeća u buket,
- b) barem 1 cvijet svake vrste mora biti u buketu?

Vrste buketa se međusobno razlikuju po broju cvjetova pojedine vrste. Primjerice, jedna vrsta buketa sadrži 2 ruže, 5 tulipana i 4 ljiljana (bez karanfila), a druga vrsta sadrži 1 ružu, 5 tulipana, 2 ljiljana i 3 karanfila.

Pretpostavljamo da Vlatko ima dovoljno cvijeća svake vrste za sve bukete koje će napraviti.

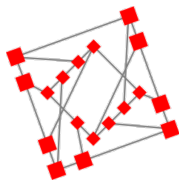
Zadatak J-4.7. [40 bodova]

Koliko prirodnih brojeva dijeli barem jedan od brojeva 10^{60} , 20^{50} i 30^{40} ?

Zadatak J-4.8. [45 bodova]

U šiljastokutnom trokutu ABC mjera kuta $\sphericalangle BAC$ iznosi 45° . Neka je O središte opisane kružnice trokutu ABC , a H njegov ortocentar. Neka je točka D nožište visine iz vrha B na stranicu $\overline{AC}$. Neka je X polovište luka $\widehat{AH}$ kružnice opisane trokutu AHD koji sadrži D .

Dokaži da je $|DX| = |DO|$.



MEDO 2025./2026.

Četvrto kolo

14.2.2026.

Loomen

Seniori (1. – 4. r. SŠ)

Pokraj svakog zadatka naznačeno je s koliko bodova se ocjenjuje. Za ukupni rezultat na pojedinom kolu zbrajaju se bodovi s 4 najbolje ocijenjena zadatka.

Osim konačnog rezultata vrednuje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadaci

Zadatak S-4.1. [10 bodova]

U jednoj džungli živi nekoliko orangutana. Svaka dva orangutana su prijatelji ili su neprijatelji. Svaki orangutan ima točno tri neprijatelja. Orangutani se drže pravila: „Neprijatelj mog prijatelja je i moj neprijatelj“.

Koliko orangutana živi u toj džungli?

Zadatak S-4.2. [15 bodova]

Riješi sustav jednadžbi:

$$\frac{5xy}{x+y} = 12, \quad \frac{5yz}{y+z} = 18, \quad \frac{5zx}{z+x} = 36.$$

Zadatak S-4.3. [20 bodova]

Odredi sve proste brojeve p i q takve da p dijeli $q^2 - 4$ i q dijeli $p^2 - 1$.

Zadatak S-4.4. [25 bodova]

Neka je ABC jednakokračan trokut u kojem je $|AB| = |AC|$. Tangenta na opisanu kružnicu k trokuta ABC , paralelna s $\overline{BC}$, dodiruje kružnicu k u točki E , gdje je $E \neq A$, i siječe pravac AB u točki D .

Neka je F presjek dužine $\overline{CD}$ s kružnicom k . Ako je F središte upisane kružnice trokuta BDE , odredi kutove trokuta ABC .

Zadatak S-4.5. [30 bodova]

Odredi sve prirodne brojeve n za koje je broj $n^2 + 2^n$ kvadrat prirodnog broja.

Zadatak S-4.6. [35 bodova]

Neka je $P(x)$ polinom s cjelobrojnim koeficijentima, stupnja $n \geq 5$ i s pozitivnim vodećim koeficijentom takav da je $P(0) = 0$ te da ima točno n različitih cjelobrojnih nultočaka.

Dokaži da su sve cjelobrojne nultočke polinoma $P(P(x))$ ujedno i nultočke polinoma $P(x)$.

Zadatak S-4.7. [40 bodova]

Medvjedica Lina i medo Lino igraju sljedeću igru na školskoj ploči. Prvo Lina napiše konačno mnogo različitih prirodnih brojeva na ploču. Nakon toga Lino može raditi sljedeće poteze s brojevima koji se trenutno nalaze na ploči:

- (i) može zamijeniti bilo koji par brojeva n i $n + 1$ na ploči brojem $n - 2$
- (ii) može zamijeniti bilo koji par brojeva n i $n + 4$ brojem $n - 1$.

Lino može raditi gornje poteze koliko god puta želi (i može). Tijekom igre na ploči se mogu pojaviti negativni brojevi te se brojevi na ploči mogu ponavljati.

Postoji li najmanji broj koji Lina i Lino mogu dobiti na ploči igranjem ove igre? Ako postoji, odredi ga.

Zadatak S-4.8. [45 bodova]

Četverokutu $ABCD$ upisana je kružnica k . Neka je točka O sjecište pravaca AB i CD . Neka je k_1 kružnica koja dira stranicu $\overline{BC}$ i produžetke stranica $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$, a k_2 kružnica koja dira stranicu $\overline{AD}$ i produžetke stranica $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$. Neka je K točka u kojoj k_1 dira $\overline{BC}$ i L točka u kojoj k_2 dira $\overline{AD}$.

Pretpostavimo da se točke O , K i L nalaze na istom pravcu. Dokaži da se tada polovišta stranica $\overline{BC}$ i $\overline{AD}$ te središte kružnice k također nalaze na istom pravcu.