

MEDO 2024./2025.

Drugo kolo

30.11.2024.

Loomen

Zadaci

Juniori

Zadatak J-2.1. [10 bodova]

Izračunaj veličinu manjega kuta između satne i minutne kazaljke ure u 15 sati 33 minute i 24 sekunde.

Zadatak J-2.2. [20 bodova]

Mirko čita knjigu. Prvog dana pročitao je petinu knjige. Drugog dana pročitao je dvije sedmine ostatka knjige. Trećeg dana pročitao je 23 stranice. Četvrtog dana pročitao je trećinu ostatka knjige. Petog dana pročitao je polovicu preostalog dijela knjige, a šestog dana pročitao je knjigu do kraja.

Koliko najmanje stranica može imati Mirkova knjiga, ako znamo da je svakog dana pročitao prirodan broj stranica?

Zadatak J-2.3. [30 bodova]

Odredi sve trojke znamenaka a , b i c (uz $a, c \neq 0$) takve da vrijedi jednakost:

$$\overline{abac} = a \cdot \overline{aa} \cdot \overline{c6}.$$

Zadatak J-2.4. [40 bodova]

Koliko ima peteroznamenastih brojeva koji sadrže blok znamenki „15” i djeljivi su s 15? (Primjerice, 31545 i 34155 su dva takva broja.)

Zadatak J-2.5. [50 bodova]

Neka je M polovište stranice $\overline{BC}$ trokuta ABC . Ako je $\angle AMB = 45^\circ$ i $\angle ACM = 30^\circ$, koliko iznosi $\angle BAM$?

Zadatak J-2.6. [60 bodova]

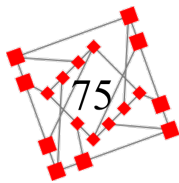
Odredi sve prirodne brojeve n za koje se razlomak $\frac{7n+1}{4n+3}$ može skratiti prirodnim brojem većim od 1.

Zadatak J-2.7. [70 bodova]

Neka su a , b , c i d pozitivni realni brojevi koji zadovoljavaju sljedeći sustav jednačbi:

$$\begin{cases} a^2 + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{2} \\ b^2 + \frac{4}{c^2} = 8 \\ c^2 + \frac{16}{d^2} = 2 \\ d^2 + \frac{4}{a^2} = 32. \end{cases}$$

Odredi vrijednost umnoška $abcd$.



MEDO 2024./2025.

Drugo kolo

30.11.2024.

Loomen

Zadaci

Seniori

Zadatak S-2.1. [10 bodova]

Mirko čita knjigu. Prvog dana pročitao je petinu knjige. Drugog dana pročitao je dvije sedmine ostatka knjige. Trećeg dana pročitao je 23 stranice. Četvrtog dana pročitao je trećinu ostatka knjige. Petog dana pročitao je polovicu preostalog dijela knjige, a šestog dana pročitao je knjigu do kraja.

Koliko najmanje stranica može imati Mirkova knjiga, ako znamo da je svakog dana pročitao prirodan broj stranica?

Zadatak S-2.2. [20 bodova]

Odredi sve trojke znamenaka a , b i c (uz $a, c \neq 0$) takve da vrijedi jednakost:

$$\overline{abac} = a \cdot \overline{aa} \cdot \overline{cb}.$$

Zadatak S-2.3. [30 bodova]

Neka je M polovište stranice BC trokuta ABC . Ako je $\angle AMB = 45^\circ$ i $\angle ACM = 30^\circ$, koliko iznosi $\angle BAM$?

Zadatak S-2.4. [40 bodova]

Neka su a , b i c pozitivni realni brojevi takvi da je $ab + bc + ca = 1$. Dokaži da vrijedi

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 4 \left(\frac{a}{1+a^2} + \frac{b}{1+b^2} + \frac{c}{1+c^2} \right).$$

Zadatak S-2.5. [50 bodova]

Za prirodan broj n s $P(n)$ označimo broj njegovih *različitih* prostih djelitelja. Odredi najveću vrijednost koju $P(n)$ može postići ako je n prirodan broj čiji dekadski zapis sadrži najviše dvije različite znamenke, a ukupno najviše 6 znamenki.

Zadatak S-2.6. [60 bodova]

Imamo 2024 bijele i 2024 crvene kartice. Na svakoj kartici napisan je prirodan broj između 1 i 2024 (uključivo). Dokaži da je moguće odabrati nekoliko bijelih kartica (više od nula, može i sve) i nekoliko crvenih kartica (više od nula, može i sve) tako da je zbroj svih brojeva na odabranim bijelim karticama jednak zbroju svih brojeva na odabranim crvenim karticama.

Zadatak S-2.7. [70 bodova]

Kružnica k dodiruje kružnicu ℓ iznutra u točki A . Tetiva $\overline{BC}$ kružnice ℓ dodiruje kružnicu k u točki D . Pravac AD ponovno siječe kružnicu ℓ u točki E . Tangente iz točke E na kružnicu k sijeku kružnicu ℓ u točkama F i G . Neka su P , R i S redom središta upisanih kružnica trokuta BAC , BFC i BGC . Odredi $\angle ARP + \angle PSA$.