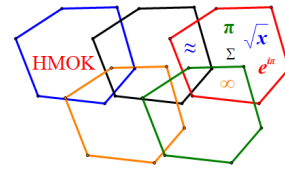


Hrvatsko
matematičko
društvo



Hrvatska matematička olimpijada za kadete

HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

drugo kolo – srijeda, 23. lipnja 2021.

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Kako bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadatci za 4. razred

1. Na jednoj polici u knjižari nalazi se šest matematičkih knjiga čije su cijene 62 kn, 63 kn, 66 kn, 68 kn, 69 kn i 71 kn. I Jure i Duje kupili su knjige s te police i pritom je Duje potrošio četiri puta više od Jure, a na polici je ostala samo jedna knjiga. Koje je knjige kupio svaki od njih i koliko je kuna za njih dao? Kolika je cijena neprodane knjige?

2. U lancu brojeva svaki je broj, nakon prvog, jednak umnošku znamenaka prethodnog broja, a lanac se nastavlja sve do jednoznamenkastog broja. Na primjer: $63 \rightarrow 18 \rightarrow 8$. U lancu mogu biti dva ili više brojeva. Odredi sve dvoznamenkaste brojeve koji mogu biti na početku lanca koji završava brojem 6.

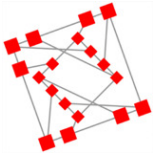
3. Ana, Dora, Branko, Cvitko i Fran zauzeli su u proljetnom polumaratonu prvih pet mjesta. Na pitanje koje je mjesto zauzeo koji trkač, petoro gledatelja dalo je ove odgovore:

- 1) Cvitko je stigao drugi, a Branko treći.
- 2) Fran je stigao treći, a Dora peta.
- 3) Ana je stigla četvrta, a Cvitko drugi.
- 4) Dora je stigla prva, a Fran drugi.
- 5) Branko je stigao prvi, a Ana četvrta.

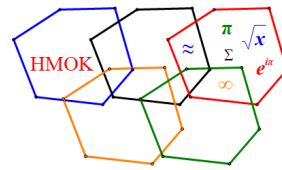
U svakom odgovoru jedan je dio točan, a drugi netočan. Odredi poredak trkača prve petorke u proljetnom polumaratonu.

4. Neka je $ABCD$ kvadrat čije su stranice duljina 31 cm. Na stranici $\overline{AB}$ odabrana je točka E takva da je $|AE| = 11$ cm, na stranici $\overline{BC}$ točka F takva da je $|BF| = 14$ cm, a na stranici $\overline{CD}$ točka G takva da je $|CG| = 10$ cm. Odredi površinu trokuta EFG .

5. U prvoj bačvi nalazi se 75 litara, u drugoj 34 litre, a u trećoj 21 litra vode, pri čemu niti jedna bačva nije puna. Ako bismo prvu bačvu napunili do vrha vodom iz druge bačve, tada bi preostala voda u drugoj bačvi zauzimala polovinu obujma druge bačve. No, ako bismo drugu bačvu napunili vodom iz treće bačve, tada bi preostala voda u trećoj bačvi zauzimala četvrtinu obujma treće bačve. Ako bismo pak treću bačvu napunili vodom iz prve bačve, tada bi preostala voda u prvoj bačvi zauzimala polovinu obujma prve bačve. Odredi obujam svake pojedine bačve.



Hrvatsko
matematičko
društvo



Hrvatska matematička olimpijada za kadete

HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

drugo kolo – srijeda, 23. lipnja 2021.

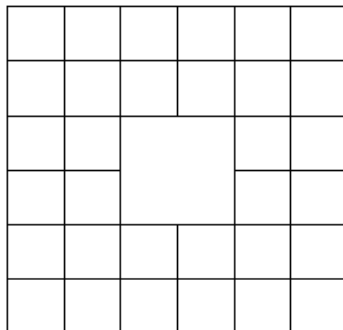
Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Kako bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadatci za 5. razred

1. U lancu brojeva svaki je broj, nakon prvog, jednak umnošku znamenaka prethodnog broja, a lanac se nastavlja sve do jednoznamenkastog broja. Na primjer: $63 \rightarrow 18 \rightarrow 8$. U lancu mogu biti dva ili više brojeva. Odredi sve dvoznamenkaste prirodne brojeve koji mogu biti na početku lanca koji završava brojem 6.

2. Koliko je pravokutnika na slici?



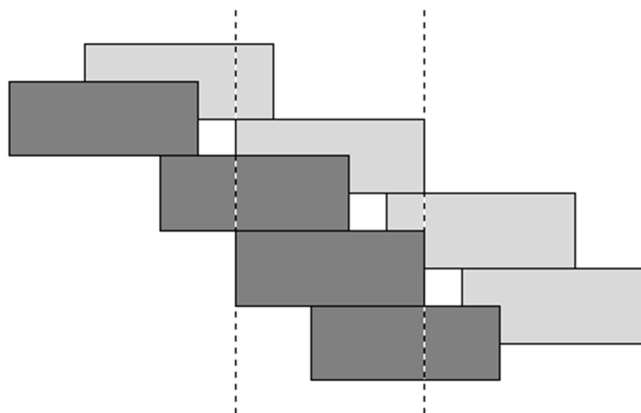
3. Polja ploče koja ima 25 redaka i 125 stupaca obojena su naizmjenice crno i bijelo (poput polja na šahovskoj ploči), a na nju se postavljaju figure skakavca koje napadaju po posebnim pravilima. Skakavac koji se nalazi na bijelom polju napada sva bijela polja u istom retku i sva crna polja u istom stupcu, a skakavac koji se nalazi na crnom polju napada sva crna polja u istom retku i sva bijela polja u istom stupcu (čak i ako se između nalazi druga figura). Odredi najveći broj skakavaca koje je moguće smjestiti na ploču tako da se međusobno ne napadaju.

4. Neka je $ABCD$ kvadrat, a točke E i F redom polovišta stranica $\overline{BC}$ i $\overline{CD}$. Dijagonala $\overline{BD}$ tog kvadrata siječe dužine $\overline{AE}$ i $\overline{AF}$ redom u točkama G i H . Dokaži da je površina peterokuta $CFHGE$ jednaka zbroju površina trokuta ABG i AHD .

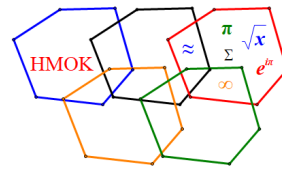
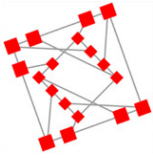
Okreni list !

5. Četiri svijetlo siva i četiri tamno siva papira oblika pravokutnika imaju stranice istih duljina koje su, izražene u centimetrima, prirodni brojevi. Papiri su postavljeni na stol jedan do drugog tako da se svaki dodiruje s jednim ili dva susjedna papira iste boje duž dijela svoje dulje stranice. Na taj način nastali svijetlo sivi i tamno sivi lik djelomično su preklopljeni i pritom:

- na tri su mjesta između tih likova praznine oblika kvadrata površine 1 cm^2 ,
- drugi svijetlo sivi i treći tamno sivi papir postavljeni su tako da im kraće stranice pripadaju istim pravcima.



Najmanji pravokutnik koji možemo opisati oko tako postavljenih papira, a da mu stranice budu paralelne stranicama papira, ima opseg 200 cm. Koliko je mogućih dimenzija papira? Odredi najveću moguću površinu pojedinog papira.



HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

drugo kolo – srijeda, 23. lipnja 2021.

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Kako bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadatci za 6. razred

1. Ana, njena mama i baka slave rođendan 23. lipnja. Danas, 23. lipnja 2021. godine, zbroj njihovih godina iznosi 127. Kada je Ana imala 4 godine, baka je bila dvostruko starija od mame. Prije dvije godine, mama je bila trostruko starija od Ane. Koje je godine rođena Anina mama? Koliko će godina imati Ana kada ona i mama budu zajedno imale jednako godina koliko i baka? Koje će to godine biti?

2. Pobjednik odbojkaške utakmice je ekipa koja prva osvoji 3 seta. Ako je konačan rezultat u setovima 3 : 0 ili 3 : 1, pobjednik osvaja 3 boda, a poraženi 0 bodova. Ako je konačni rezultat 3 : 2, pobjednik osvaja 2 boda, a poraženi 1 bod.

Na odbojkaškom turniru sudjelovale su četiri ekipe: A , B , C i D . Svaka je ekipa sa svakom odigrala po jednu utakmicu. Nakon što su odigrane sve utakmice, tablica je izgledala ovako:

ekipa	bodovi	osvojeni setovi	izgubljeni setovi
A	9	9	1
B	5	7	6
C	2	4	8
D	2	4	9

Odredi rezultate svih odigranih utakmica.

3. Odredi najmanji prirodni broj n za koji je svaki od razlomaka

$$\frac{7}{n+9}, \frac{8}{n+10}, \frac{9}{n+11}, \dots, \frac{30}{n+32}, \frac{31}{n+33}$$

neskrativ.

4. Točka D je polovište stranice $\overline{BC}$ trokuta ABC , a za točku E na stranici $\overline{AC}$ vrijedi $|\angle ADB| = |\angle CDE|$. Koji lik ima veći opseg – četverokut $ABDE$ ili trokut ADC ? Dokaži svoju tvrdnju!

5. U šeširu je 11 papirića s brojevima 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (po jedan sa svakim brojem). Svaki od jedanaest učenika uzima po jedan papirić. Nakon toga se abecednim redom javljaju i izgovaraju rečenicu "do sada je barem k učenika izreklo laž", pri čemu je k broj na izvučenom papiriću. Koliko najviše od tih 11 izjava može biti istinito?