Hrvatsko matematičko društvo

HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

prvo kolo – subota, 23. svibnja 2026.

Rješenja zadataka za grupu C (6. razred)

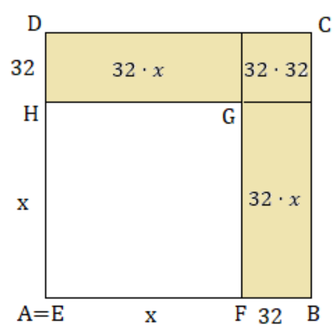
1. Dva kvadrata

Duljina stranice većeg i duljina stranice manjeg kvadrata razlikuju se za 32 cm, a površine tih dvaju kvadrata razlikuju se za 6528 cm^2. Kolika je, u centimetrima, duljina stranice većeg kvadrata?

Rezultat: 118

Rješenje.

Neka je $ABCD$ veći, a $EFGH$ manji kvadrat. Nacrtajmo ih tako da je $A = E$ te da točka F pripada dužini $\overline{AB}$, a točka H dužini $\overline{AD}$. Neka je $|EF| = x$.



Površina kvadrata $ABCD$ veća je od površine kvadrata $EFGH$ za površinu dvaju pravokutnika kojima su duljine susjednih stranica x i 32 cm, te za površinu kvadrata čija je stranica duljine 32 cm.

Vrijedi:

$$2 \cdot 32 \cdot x + 32 \cdot 32 = 6528$$

$$64x + 1024 = 6528$$
$$64x = 5504$$
$$x = 86$$

Dakle, duljina stranice kvadrata $EFGH$ je 86 cm, a stranica kvadrata $ABCD$ dulja je za 32 cm pa je njena duljina $86 + 32$, tj. 118 cm.

2. Dva svjetionika

Crveni svjetionik naizmjence svijetli 5 sekundi, pa 4 sekunde ne svijetli. Zeleni svjetionik naizmjence svijetli 4 sekunde, pa 2 sekunde ne svijetli. Točno u 19 sati oba su svjetionika započela svijetliti. Koliko je sekundi tijekom idućih 2026 sekundi svijetlio točno jedan svjetionik?

Rezultat: 900

Rješenje.

Crveni svjetionik svijetli 5 sekundi, a ne svijetli 4 sekunde. To je ciklus od 9 sekundi.

Zeleni svjetionik svijetli 4 sekunde, a ne svijetli 2 sekunde. To je ciklus od 6 sekundi.

Unutar 18 sekundi crveni svjetionik ponovit će ciklus 2 puta jer je $9 \cdot 2 = 18$, a zeleni svjetionik ponovit će ciklus 3 puta jer je $6 \cdot 3 = 18$. To znači da se svakih 18 sekundi ponavljaju isti ciklusi.

Oba svjetionika započinju svoje cikluse u istom trenutku.

sekunde	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.
crveni svjetionik	💡	💡	💡	💡	💡	✕	✕	✕	✕	💡	💡	💡	💡	💡	✕	✕	✕	✕
zeleni svjetionik	💡	💡	💡	💡	✕	✕	💡	💡	💡	💡	✕	✕	💡	💡	💡	💡	✕	✕

✕ označava 1 sekundu u kojoj svjetionik ne svijetli

💡 označava 1 sekundu u kojoj svjetionik svijetli

Budući da trebamo odrediti koliko je sekundi svijetlio točno jedan svjetionik, tražimo one stupce u kojima se na jednom mjestu nalazi 💡, a na drugom ✕. Ima ih sveukupno 8 – to su 5., 7., 8., 9., 11., 12., 15. i 16. stupac. Dakle, tijekom svakih 18 sekundi, 8 je sekundi svijetlio točno jedan svjetionik.

Izračunajmo koliko je dugo tijekom 2026 sekundi svijetlio točno jedan svjetionik.

Kako je $2026 : 18 = 112$ i ostatak 10, 112 se puta ponavljaju ciklusi od 18 sekundi, a početnih 10 sekundi sljedećeg ciklusa još trebamo posebno razmotriti.

U 112 ciklusa je $112 \cdot 8 = 896$ sekundi svijetlio točno jedan svjetionik. U 10 sekundi od početka sljedećeg ciklusa imamo četiri stupca u kojima se nalazi jedan 💡 i jedan ✕. Ukupno je $896 + 4 = 900$ sekundi svijetlio točno jedan svjetionik.

3. Umnožak

Ako je $\overline{ab} \cdot \overline{cb} = \overline{ddd}$, koliko je $a \cdot b \cdot c \cdot d$?

Rezultat: 378

Rješenje.

Broj $\overline{ddd} = d \cdot 111$, a $111 = 3 \cdot 37$, pa jedan od dvaju brojeva $\overline{ab}$ ili $\overline{cb}$ treba biti djeljiv s 37. Jedini dvoznamenkasti brojevi djeljivi s 37 su 37 i $2 \cdot 37 = 74$. Drugi faktor treba biti djeljiv s 3.

Prvi slučaj.
Neka je jedan od faktora $\overline{ab}$ i $\overline{cb}$ jednak 37. Drugi faktor treba biti dvoznamenkasti broj koji je djeljiv s 3, a znamenka jedinica mu je 7. Njihov umnožak treba biti oblika $\overline{ddd}$.

Ako je znamenka desetica 1, umnožak $37 \cdot 17$ nije djeljiv s 3.

Ako je znamenka desetica 2, dobivamo umnožak $37 \cdot 27 = 999$ koji je željenog oblika.

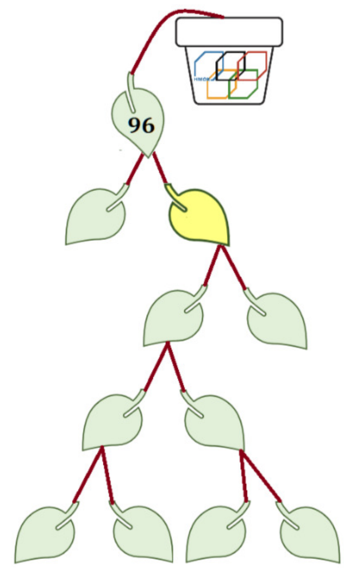
Ako je znamenka desetica veća od 2, umnožak bi bio veći od 999, što znači da ne bi bio troznamenkast broj pa za faktor 37 nema drugih rješenja.

Drugi slučaj.
Ako je jedan od faktora $\overline{ab}$ i $\overline{cb}$ jednak 74, drugom faktoru znamenka jedinica treba biti također 4, a njihov umnožak treba biti oblika $\overline{ddd}$.

Ako je znamenka jedinica 1, dobivamo umnožak $74 \cdot 14 = 1036$, što nije troznamenkast broj.

Ako bi znamenka jedinica drugog faktora bila veća od 1, umnožak bi bio veći od 1036.

Prema tome, jedine mogućnosti su $37 \cdot 27 = 27 \cdot 37 = 999$, što znači da je $d = 9$, $b = 7$, a znamenke a i c imaju vrijednost 3 i 2, pa je traženi umnožak $a \cdot b \cdot c \cdot d = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 9 = 378$.

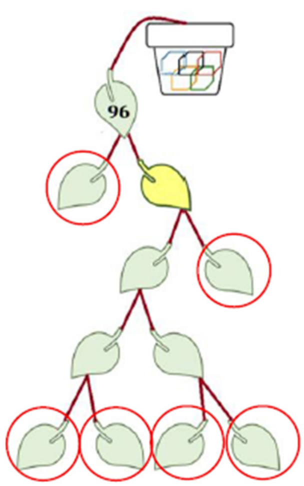


4. Brojevi u listovima

U svaki prazan list biljke na slici treba upisati po jedan prirodni broj veći od 1 pri čemu broj u listu treba biti umnožak brojeva u dvama listovima neposredno ispod njega ako je s njima povezan granama. Odredi sve moguće načine popunjavanja listova, a zatim izračunaj zbroj brojeva upisanih u žuti list u svim tim načinima. Koliki je taj zbroj?

Rezultat: 272

Rješenje.



Uočimo da je na slici šest „krajnjih" listova (zaokruženi su na slici), te da je broj 96 jednak umnošku brojeva u tim listovima.

S druge je strane, vrijedi $96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$.

Kako je u tom rastavu šest brojeva (koliko je i krajnjih listova), a u listove se smiju upisivati samo prirodni brojevi veći od 1, slijedi da u krajnje listove upisujemo pet dvojki i jednu trojku iz rastava broja 96 na proste faktore.

Krajnji list u koji ćemo upisati broj 3 možemo izabrati na šest načina. U sve preostale krajnje listove upisujemo broj 2, a ostali listovi se popunjavaju na jedinstven način kako je uvjetima zadatka opisano.

U pet od tih šest mogućnosti, u zelenom listu neposredno ispod broja 96 je broj 2, a tada je u žutom listu broj $96 : 2 = 48$.

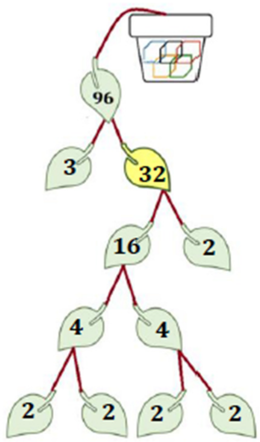
U preostalom, šestom, slučaju, u zelenom listu neposredno ispod broja 96 je broj 3, a u žutom listu broj $96 : 3 = 32$.

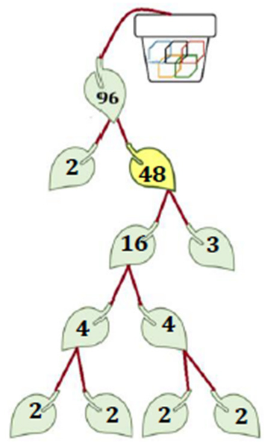
Zbroj brojeva upisanih u žuti list u svim mogućim načinima popunjavanja je

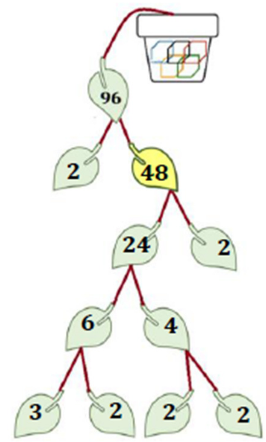
$$5 \cdot 48 + 32 = 240 + 32 = 272.$$

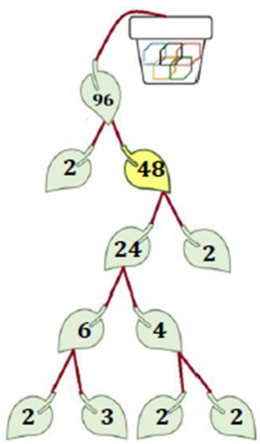
Napomena:

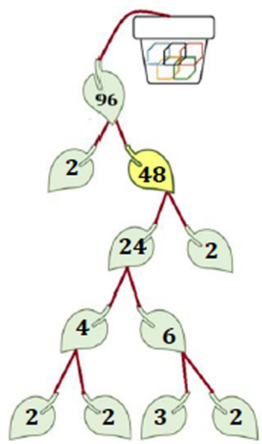
Na sljedećim slikama prikazano je svih šest mogućih načina popunjavanja listova:

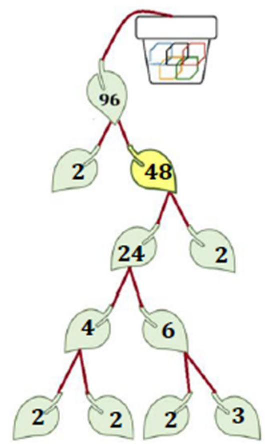












5. Aritmetička sredina

Vedran je izračunao aritmetičku sredinu svih četveroznamenkastih brojeva koji se zapisuju pomoću znamenki 1, 4, 6 i 9 tako da se svaka znamenka koristi točno jedanput. Koliki je umnožak svih znamenki broja koji je Vedran izračunao?

Rezultat: 625

Prvo rješenje.

Neka je $\overline{abcd}$ četveroznamenkasti broj. Za njegov zapis, prema uvjetu zadatka, koristimo različite znamenke iz skupa $\{1, 4, 6, 9\}$.

Znamenku a možemo izabrati na 4 načina. Nakon što smo izabrali znamenku a, preostale su nam još tri slobodne znamenke pa znamenku b možemo izabrati na 3 načina, znamenku c na 2 načina, a znamenka d je jedina preostala znamenka iz skupa $\{1, 4, 6, 9\}$.

Dakle, traženih četveroznamenkastih brojeva ima $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

U svim se tim brojevima svaka od znamenki 1, 4, 6 i 9 pojavljuje po 6 puta na mjestima znamenki tisućica, stotica, desetica i jedinica, pa vrijedi da je zbroj svih tih brojeva

$$(6 \cdot 1 + 6 \cdot 4 + 6 \cdot 6 + 6 \cdot 9) \cdot (1000 + 100 + 10 + 1) = 120 \cdot 1111.$$

Aritmetička sredina svih traženih brojeva je $120 \cdot 1111 : 24 = 5 \cdot 1111 = 5555$.

Umnožak svih znamenki te aritmetičke sredine je $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$.

Drugo rješenje.

Aritmetička sredina četveroznamenkastih brojeva, također je četveroznamenkasti broj.

U svim četveroznamenkastim brojevima napisanim znamenkama 1, 4, 6 i 9, svaka od tih znamenki pojavljuje se jednak broj puta na mjestu jedinica, desetica, stotica i tisućica. Stoga će aritmetička sredina biti broj čije su sve četiri znamenke jednake.

Ta znamenka će biti jednaka aritmetičkoj sredini brojeva 1, 4, 6, 9, što iznosi

$$(1 + 4 + 6 + 9) : 4 = 20 : 4 = 5.$$

Dakle, aritmetička sredina svih tih četveroznamenkastih brojeva je 5555, a umnožak njegovih znamenki iznosi $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$.

6. Trapez

Dijagonala jednakokračnog trapeza dijeli taj trapez na dva jednakokračna trokuta koja nisu sukladna. Kolika je, u stupnjevima, mjera tupog kuta tog trapeza?

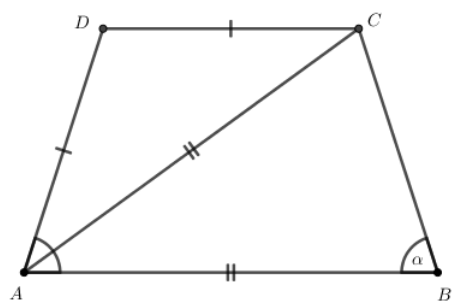
Rezultat: 108

Prvo rješenje.

Neka je promatrani trapez $ABCD$, neka su dužine $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ njegove osnovice, pri čemu je $|AB| > |CD|$.

Budući da ga dijagonala dijeli na dva jednakokračna trokuta i vrijedi $|AB| > |CD|$, jedino je moguće da je $|AD| = |CD|$ te $|AB| = |AC|$.

Neka je mjera kuta uz osnovicu $\overline{AB}$ trapeza jednaka α.



Promotrimo trokut ABC. To je jednakokračan trokut s osnovicom $\overline{BC}$.

Dva su kuta, pri vrhovima B i C, mjere α pa je treći kut tog trokuta $\measuredangle BAC$ mjere $180° - 2\alpha$.

Promotrimo jednakokračni trokut ACD. Mjera kuta $\measuredangle ADC$ jednaka je $180° - \alpha$ jer je suplementaran kutu $\measuredangle BAD$ koji je mjere α. Mjere preostalih dvaju kutova tog trokuta, pri vrhovima A i C, jednake su i iznose $(180° - (180° - \alpha)) : 2 = \frac{\alpha}{2}$.

Promotrimo kut pri vrhu A trapeza $ABCD$. Njegova je mjera α i ona je jednaka zbroju mjere kuta $\measuredangle BAC$ (kut nasuprot osnovice trokuta ABC) i mjere kuta $\measuredangle CAD$ (kut uz osnovicu trokuta ACD), to jest vrijedi:

$$\alpha = 180° - 2\alpha + \frac{\alpha}{2}$$
$$\alpha + 2\alpha - \frac{\alpha}{2} = 180°$$
$$\frac{5}{2}\alpha = 180°$$
$$\alpha = 72°$$

Mjera tupog kuta trapeza je $180° - 72° = 108°$.

Drugo rješenje.

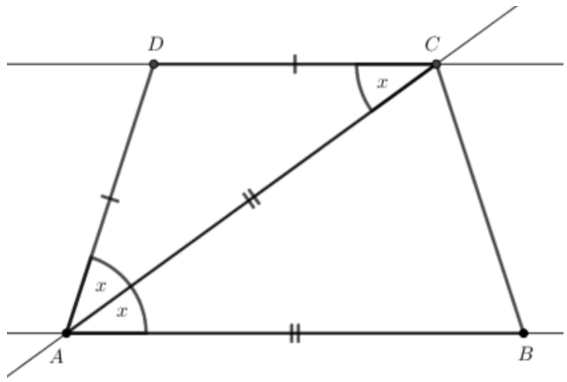
Neka je promatrani trapez $ABCD$, neka su dužine $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ njegove osnovice, pri čemu je $|AB| > |CD|$.

Budući da ga dijagonala dijeli na dva jednakokračna trokuta i vrijedi $|AB| > |CD|$, jedino je moguće da je $|AD| = |CD|$ te $|AB| = |AC|$.

Promotrimo trokut ACD. Neka je $|\measuredangle CAD| = x$.

Kako je trokut ACD jednakokračan s osnovicom $\overline{AC}$, vrijedi $|\measuredangle DCA| = |\measuredangle CAD| = x$.

Pravac AC je presječnica usporednih pravaca AB i CD pa je i $|\measuredangle BAC| = x$.



Mjere šiljastih kutova jednakokračnog trapeza $ABCD$ su jednake, $|\measuredangle BAD| = |\measuredangle CBA| = 2x$.

Promotrimo jednakokračan trokut ABC.

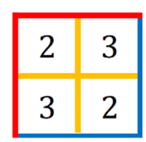
Mjere kutova uz njegovu osnovicu $\overline{BC}$ su jednake, $|\measuredangle ACB| = |\measuredangle CBA| = 2x$. Zbroj mjera unutarnjih kutova je $x + 2x + 2x = 180°$ pa je $x = 36°$.

Mjere tupih kutova jednakokračnog trapeza $ABCD$ su jednake i iznose

$$|\measuredangle ADC| = |\measuredangle DCB| = x + 2x = 3x = 3 \cdot 36° = 108°.$$

7. Jedanaest boja

Na dvjema prozirnim folijama nacrtane su identične slike sastavljene od 11 paralelnih dužina različitih boja. Zrinka je položila te folije jednu na drugu tako da dužine na slikama budu okomite i tvore tablicu dimenzija 10×10. U svako polje te tablice Zrinka je upisala ukupan broj različitih boja na njegovom rubu. Koliki je zbroj svih 100 brojeva koje je Zrinka upisala?

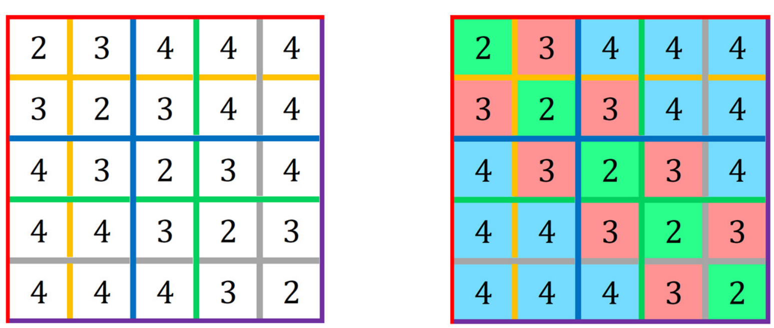


Na slici je tablica dimenzija 2×2 nastala na isti način koristeći tri različite boje.

Rezultat: 362

Rješenje.

Promotrimo tablicu dimenzija 5×5 nastalu koristeći šest različitih boja.



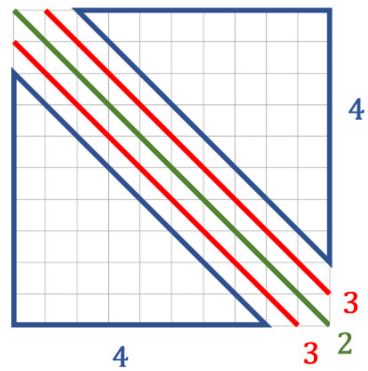
Obojimo li sva polja s istim brojem jednom bojom, kao na desnoj slici, možemo uočiti da je u svakom polju na dijagonali upisan broj 2, u njima susjednim poljima broj 3, a u svim ostalim poljima broj 4.

Objasnimo zašto je tako.

Svako polje omeđeno je s četiri dužine. Najmanji broj koji može biti upisan u pojedino polje je 2, a najveći 4. Dvije dužine iste boje uvijek se sijeku na dijagonali. Zato polja na dijagonali (zelena polja) imaju vertikalne stranice obojane istim dvjema bojama kojima su obojane njihove horizontalne stranice. U svim poljima na dijagonali upisan je broj 2.

Polja koja su susjedna poljima na dijagonali (crvena polja) imaju po jedan vrh na dijagonali u kojem se sijeku istobojne dužine. Zato su rubovi takvih polja obojani s ukupno tri različite boje pa su u njima upisani brojevi 3. Sva ostala polja imaju četiri stranice različitih boja te su u njima upisani brojevi 4.

Isto vrijedi i za Zrinkinu tablicu dimenzija 10×10.



U deset zelenih polja na dijagonali, Zrinka je upisala broj 2.

U sva crvena polja, a ima ih $2 \cdot 9 = 18$, Zrinka je upisala broj 3.

U sva plava polja Zrinka je upisala broj 4.

Takvih je polja

$$100 - (10 + 18) = 72.$$

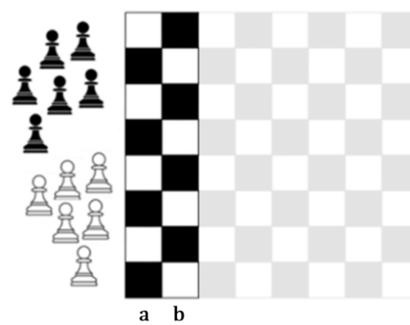
Ukupan zbroj svih upisanih brojeva je

$$10 \cdot 2 + 18 \cdot 3 + 72 \cdot 4 = 20 + 54 + 288 = 362.$$

Napomena.

Do rješenja možemo doći i tako da odredimo za koliko je zbroj brojeva manji od $4 \cdot 100 = 400$ (to bi bio zbroj da je u svakom polju upisan broj 4). U deset polja na dijagonali upisan je broj 2, pa treba oduzeti $10 \cdot 2$, a u 18 polja ispod i iznad dijagonale je upisan broj 3 pa treba oduzeti još $18 \cdot 1$. Zato je zbroj svih upisanih brojeva jednak $400 - 20 - 18 = 362$.

8. Pijuni



Šest crnih i šest bijelih pijuna postavljamo u stupce a i b šahovske ploče tako da crni pijuni budu na crnim poljima, a bijeli pijuni na bijelim poljima. U svakom stupcu treba biti po šest pijuna. Na koliko načina to možemo napraviti?

Rezultat: 328

Rješenje.

Budući da u svakom stupcu postoje 4 crna i 4 bijela polja, u stupcu mogu biti najviše četiri pijuna iste boje.

Prebrojimo najprije moguće rasporede pijuna u jednom stupcu. U svakom stupcu treba biti šest pijuna, pa postoje tri mogućnosti: 4 bijela i 2 crna, 3 bijela i 3 crna, 2 bijela i 4 crna.

4B 2C

Ako u jednom stupcu želimo rasporediti četiri bijela i dva crna pijuna, bijeli pijuni će zauzimati sva četiri bijela polja, a od četiri crna polja biramo na koja dva ćemo postaviti crne pijune. Prvi pijun možemo staviti na bilo koje od četiri polja, a drugi na jedno od preostala tri.

Međutim, kako ne razlikujemo pijune, ukupan broj rasporeda 4 bijela i 2 crna pijuna u jednom stupcu je $(4 \cdot 3) : 2 = 6$.

3B 3C

Odredimo broj načina na koje možemo rasporediti tri bijela i tri crna pijuna u jednom stupcu po navedenim pravilima. Tri bijela pijuna na četiri bijela polja možemo rasporediti na četiri načina, jer možemo odabrati jedno od četiri bijela polja koje će ostati prazno, a na ostala tri staviti pijune. Isto vrijedi i za crne pijune, i njih možemo rasporediti na četiri načina.

Ukupan broj rasporeda 3 bijela i 3 crna pijuna je $4 \cdot 4 = 16$.

2B 4C

Broj rasporeda dva bijela i četiri crna pijuna isti je kao i broj rasporeda četiri bijela i dva crna pijuna, tj. 6.

Odredimo sada ukupan broj mogućih rasporeda u oba stupca.

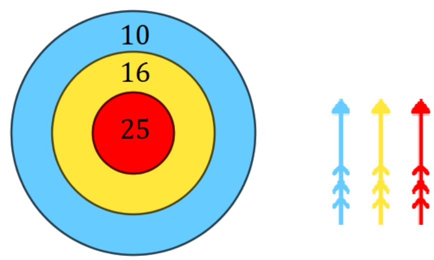
Ukupno treba rasporediti 6 bijelih i 6 crnih pijuna pa postoje tri slučaja:

- Ako su u prvom stupcu 4 bijela i 2 crna pijuna, onda su u drugom stupcu 2 bijela i 4 crna. Broj mogućih rasporeda je $6 \cdot 6 = 36$.
- Ako su u prvom stupcu 3 bijela i 3 crna pijuna, onda su i u drugom stupcu 3 bijela i 3 crna pijuna. Broj mogućih rasporeda je $16 \cdot 16 = 256$.
- Ako su u prvom stupcu 2 bijela i 4 crna pijuna, onda su u drugom stupcu 4 bijela i 2 crna pijuna. Broj mogućih rasporeda je ponovno $6 \cdot 6 = 36$.

Ukupan broj mogućih rasporeda je $36 + 256 + 36 = 328$.

9. Obojene strijele

Pavle ima po pet strijela u tri boje; plavoj, žutoj i crvenoj. Pogodak u plavi dio mete nosi 10 bodova, u žuti 16 bodova, a u crveni 25 bodova. Ako pogodi polje mete koje je iste boje kao i strijela, osvaja 45 % bodova više. Koliko je najviše bodova mogao osvojiti Pavle ako je tri puta pogodio u središte i pet puta promašio metu, a ukupan broj bodova je bio prirodni broj?



Rezultat: 244

Prvo rješenje.

Promotrimo broj bodova koji Pavle osvaja pogocima u metu, ovisno o boji strijele i dijelu mete.

	plavi dio mete	žuti dio mete	crveni dio mete
plava strijela	$10 + 0.45 \cdot 10 = 14.5$	16	25
žuta strijela	10	$16 + 0.45 \cdot 16 = 23.2$	25
crvena strijela	10	16	$25 + 0.45 \cdot 25 = 36.25$

Svaki pogodak u crveni dio mete donosi više bodova od bilo kojeg pogotka u žuti dio, a svaki pogodak u žuti dio mete donosi više bodova od bilo kojeg pogotka u plavi dio.

Pavle je pet puta promašio metu, pa je s deset strijela pogodio metu.

Tri su mete pogodile središte mete (crveni dio), a ostalih sedam strijela pogodilo je žuti ili plavi dio. Da bi broj bodova bio što veći, broj pogodaka u žuti dio mete treba biti što veći.

Od strijela koje su pogodile određeni dio mete, što veći broj trebaju biti strijele odgovarajuće boje.

Promotrimo moguće pogotke u središnji crveni dio mete.

pogoci	**bodovi**
↑ ↑ ↑	$3 \cdot 36.25 = 108.75$
↑ ↑ ↑ ili ↑ ↑ ↑	$2 \cdot 36.25 + 25 = 97.5$
↑ ↑ ↑ ili ↑ ↑ ↑ ili ↑ ↑ ↑	$36.25 + 2 \cdot 25 = 86.25$
↑ ↑ ↑ ili ↑ ↑ ↑ ili ↑ ↑ ↑ ili ↑ ↑ ↑	$3 \cdot 25 = 75$

Ukupan broj ostvarenih bodova je prirodni broj, a broj bodova za tri pogotka u crveni dio mete je 108.75, 97,5, 86.25 ili 75.

Prema prvoj tablici, broj bodova ostvaren pogocima u plavi dio mete može biti prirodni broj ili mu je decimalni dio .5, a broj bodova ostvaren pogocima u žuti dio mete može biti prirodni broj ili mu je decimalni dio .2, .4, .6 ili .8.

Zaključujemo da broj bodova ostvaren pogocima u crveni dio mete ne može biti 108.75 niti 86.25, a broj bodova ostvaren pogocima u žuti dio mete mora biti prirodni broj.

Broj pogodaka žutim strijelama u žuti dio mete je 0 ili prirodni višekratnik broja 5.

Provjerimo je li moguće da vrijedi

- pogocima u crveni dio ostvareno je 97.5 bodova
- svih pet žutih strijela pogodilo je žuti dio mete
- ukupan broj bodova je prirodni broj

te ako je to moguće, utvrdimo najveći mogući broj bodova uz te pretpostavke.

Kako bi ukupan broj bodova bio prirodni broj, u plavi je dio pogođeno neparnim brojem plavih strijela, pa je barem jedna plava strijela pogodila plavi dio mete. Pavle je sa sedam strijela pogodio žuti ili plavi dio. Zato je najviše šest strijela pogodilo žuti dio mete – pet žutih strijela i jedna strijela neke druge boje.

Da je to moguće, pokazuje sljedeća tablica u kojoj je raspoređeno po pet crvenih, žutih i plavih strijela.

crveni dio mete		žuti dio mete		plavi dio mete		promašaji	
strijele	***bodovi***	***strijele***	***bodovi***	***strijele***	***bodovi***	***strijele***	***ukupno bodova***
↑ ↑ ↑	97.5	↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑	116 + 16 = 132	↑	14.5	↑ ↑ ↑ ↑ ↑	244

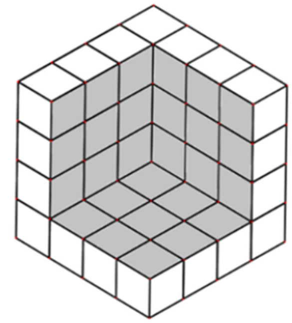
Pogoci u crveni dio mete donose (kako smo prije utvrdili) 97.5 bodova.

Pet pogodaka žutim strijelama u žuti dio mete donosi po 23.2 bodova, a dodatna strijela druge boje u taj dio još 16 bodova. Pogoci u žuti dio vrijede $5 \cdot 23.2 + 16 = 132$ boda.

Pogodak plavom strijelom u plavi dio mete donosi još 14.5 bodova.

Ukupan broj ostvarenih bodova je $97.5 + 132 + 14.5 = 244$.

10. Tijelo od kockica



Na stranama igraće kockice nalaze se brojevi od 1 do 6. Nasuprot broja 1 je broj 6, nasuprot broja 2 nalazi se broj 5, a nasuprot broja 3 broj 4. Iz kocke koja je sastavljena od 64 takve kockice uklonjeno je 27 kockica koje također tvore kocku. Tako dobiveno tijelo prikazano je na slici. Zbroj brojeva na sivo obojenim poljima tijela je 27. Koliki je najveći mogući zbroj svih brojeva na stranama tako dobivenog tijela koje nisu sivo obojene?

Rezultat: 375

Rješenje.

Strane igraće kockice nazivamo poljima. Na tijelu je 27 polja obojeno sivom bojom, a zbroj brojeva koji su na njima zapisani je 27. To znači da je na svakom od sivih polja zapisan broj 1. Kako bi zbroj brojeva na stranama tijela bio najveći mogući, na poljima koja nisu siva, a nalaze se na stranama tijela moraju biti zapisani najveći mogući brojevi.

Promotrimo najprije kockice koje imaju jednu sivu stranu i brojeve koji su zapisani na njihovim vidljivim stranama.

- Ako je na kockici vidljiva jedna strana koja nije siva, na njoj je zapisan broj 6. Takvih je kockica 12 pa je zbroj brojeva koji su zapisani na vidljivim stranama tih kockica jednak $12 \cdot 6 = 72$.
- Ako su na kockici vidljive dvije strane koje nisu sive, na njima su zapisani brojevi 5 i 6. Takvih je kockica 12 pa je zbroj $12 \cdot (5 + 6) = 132$.
- Ako su na kockici vidljive tri strane koje nisu sive, na njima su zapisani brojevi 4, 5 i 6. Takve su kockice 3 pa je zbroj $3 \cdot (4 + 5 + 6) = 45$.

Preostaju nam kockice koje nemaju niti jednu sivu stranu. Takvih je kockica 10.

- Na njih 4 su vidljive 3 strane s brojevima 4, 5 i 6 pa je zbroj $4 \cdot (4 + 5 + 6) = 60$.
- Na njih 6 su vidljive 2 strane s brojevima 5 i 6 pa je zbroj $6 \cdot (5 + 6) = 66$.

Najveći mogući zbroj svih brojeva na vidljivim stranama koje nisu sivo obojene tako dobivenog tijela je $72 + 132 + 45 + 60 + 66 = 375$.