Hrvatsko matematičko društvo

HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

prvo kolo – subota, 23. svibnja 2026.

Rješenja zadataka za grupu A (4. razred)

1. Humanitarci

Učenici 4.b skupljali su novac za humanitarnu akciju. Prikupljeni iznos predali su svom razredniku. Razrednik je na taj iznos dodao još toliko novca i još 20 €, pa je sve zajedno predao ravnatelju škole. Ravnatelj je na primljeni iznos dodao još toliko novca i još 30 €, pa je sav novac proslijedio gradonačelniku. Na kraju je gradonačelnik na iznos koji je dobio dodao još toliko novca i još 40 €. Tako je ukupno prikupljeno 1828 €. Koliko su eura prikupili učenici 4.b?

Rezultat: 206

Rješenje.

Za humanitarnu akciju je prikupljeno 1828 €. Prije nego što je gradonačelnik dodao 40 €, svotu novaca koju je dobio od ravnatelja je udvostručio, što znači da je od ravnatelja dobio:

$$(1828\text{ €} - 40\text{ €}) : 2 = 1788\text{ €} : 2 = 894\text{ €}.$$

Na isti način izračunamo koliko je novaca dobio ravnatelj od razrednika.

$$(894\text{ €} - 30\text{ €}) : 2 = 864\text{ €} : 2 = 432\text{ €}.$$

Na kraju izračunamo koliko su novaca prikupili učenici 4.b.

$$(432\text{ €} - 20\text{ €}) : 2 = 412\text{ €} : 2 = 206\text{ €}.$$

Učenici 4.b prikupili su 206 €.

2. Zamišljeni broj

Mirta je zamislila troznamenkasti broj čiji je zbroj znamenaka 17, a znamenka desetica 9. Broj zapisan istim znamenkama kao zamišljeni broj, ali u obrnutom poretku veći je od dvostrukog zamišljenog broja za 100. Koji je broj zamislila Mirta?

Rezultat: 296

Rješenje.

Znamo da je znamenka desetica 9 i da je zbroj svih znamenaka 17 pa je zbroj znamenaka stotice i jedinice jednak 8. Dakle, Mirta je zamislila jedan od brojeva 197, 296, 395, 494, 593, 692, 791 i 890.

Uočimo da je dvostruki zamišljeni broj uvećan za 100 sigurno paran broj. Broj koji je Mirta zamislila je paran, tj. jedan od brojeva 296, 494, 692 i 890.

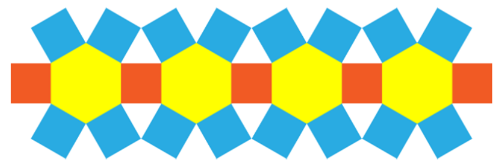
Ako je zamišljeni broj 296, dvostruki taj broj uvećan za 100 je 692, a to je upravo broj zapisan istim znamenkama kao zamišljeni broj u suprotnom poretku. Našli smo jedno moguće rješenje.

Ako je zamišljeni broj veći od 450, dvostruki broj uvećan za 100 veći je od $2 \cdot 450 + 100 = 1000$, pa ne može biti jednak broju zapisanom istim znamenkama u suprotnom poretku koji je troznamenkast.

To znači da drugih rješenja nema. Mirta je zamislila broj 296.

3. Cvjetovi

Nika je nacrtala šesterokut i nad svakom njegovom stranicom po jedan kvadrat. Dobiveni lik nazvala je cvijet, a kvadrate njegovim laticama. Dvije nasuprotne latice je obojila crvenom bojom. Nakon toga je s desne strane tog cvijeta docrtala još jedan takav cvijet tako da im je jedna crvena latica zajednička. Nastavila je nizati cvijet po cvijet uvijek na isti način, tj. tako da uz posljednji cvijet u nizu s desne strane docrta još jedan takav cvijet tako da im je jedna crvena latica zajednička. Na slici je prikazan tako nastali niz od četiri cvijeta.



Koliko ima šesterokuta u nizu cvjetova koji ima 2026 latica?

Rezultat: 405

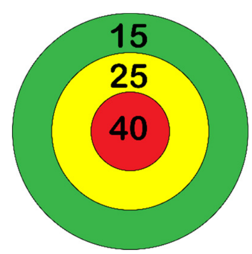
Rješenje.

U jednom su cvijetu jedan šesterokut i šest latica, a u dva spojena cvijeta su dva šesterokuta i 11 latica. Dodavanjem svakog dodatnog cvijeta dodajemo po jedan šesterokut i pet dodatnih latica.

Broj šesterokuta jednak je broju cvjetova, a broj latica jednak je peterostrukom broju šesterokuta uvećanom za 1.

Ako je ukupan broj latica 2026, onda je broj šesterokuta jednak $2025 : 5 = 405$.

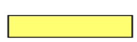
4. Meta



Meta se sastoji od tri dijela, kao na slici. Pogodak u zeleni dio mete nosi 15 bodova, pogodak u žuti dio 25 bodova, a pogodak u crveni dio 40 bodova. Srećka je pogodila metu s ukupno 12 strelica. Crveni dio pogodila je s tri puta više strelica nego zeleni dio. Crveni i zeleni dio zajedno pogodila je s dvostruko više strelica nego žuti dio. Koliko je bodova Srećka ostvarila?

Rezultat: 370

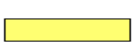
Rješenje.

Prikažimo broj pogodaka u žuti dio mete: .

Broj pogodaka u druge dijelove mete je dvostruko veći: .

Srećka je pogodila metu s ukupno 12 pogodaka, što možemo prikazati ovako:

.

Zato  predstavlja 4 pogotka, a  8 pogodaka.

U žuti dio Srećka je pogodila četiri puta, a u druge dijelove mete osam puta.

Odredimo koliko je pogodaka u zeleni, a koliko u crveni dio.

Označimo broj pogodaka u zeleni dio:  .

Broj pogodaka u crveni dio je triput veći:  .

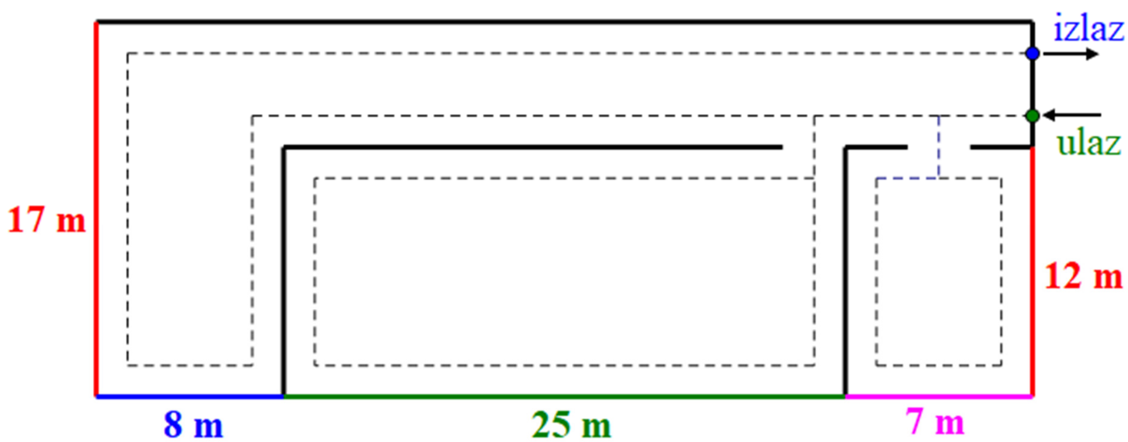
Ukupan broj pogodaka u zeleni i crveni dio je 8:

pa  predstavlja 2, a  6.

Srećka je sa šest strelica pogodila crveni dio mete, s četiri strelice žuti dio i sa dvije strelice zeleni dio. Ukupan broj ostvarenih bodova je $6 \cdot 40 + 4 \cdot 25 + 2 \cdot 15 = 370$.

5. Umjetnička galerija

Slava je razgledala izložbu u umjetničkoj galeriji čiji je tlocrt prikazan na slici. Označene su neke od dimenzija prostorija u galeriji. Svi su zidovi međusobno okomiti ili usporedni. Kretanje galerijom dozvoljeno je isključivo po označenim crtkanim linijama koje su usporedne sa zidovima i od njih odmaknute 1 m.

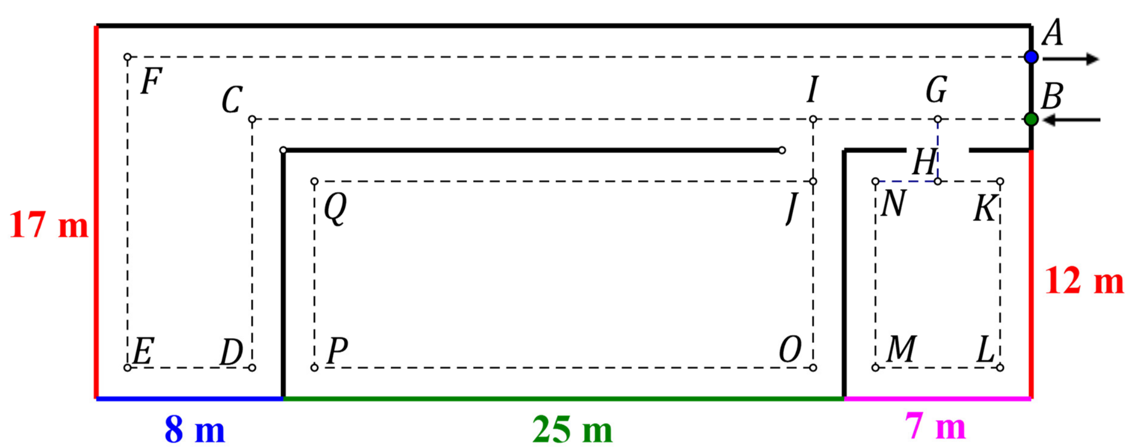


Slava je obišla sve dijelove galerije najkraćim dozvoljenim putem. Koliko je koraka Slava napravila ako je duljina njenog koraka 50 cm?

Rezultat: 418

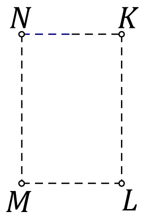
Rješenje.

Označimo točke u kojima se mijenja smjer kretanja kao na slici te odredimo ukupni prijeđeni put.



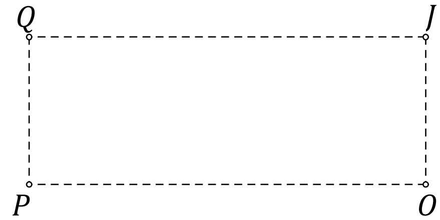
Razdvojit ćemo prijeđeni put na nekoliko dijelova.

Obilazeći prvu prostoriju, Slava je prešla opseg pravokutnika $KLMN$.

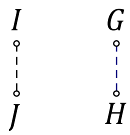


Duljine dužina $\overline{KL}$ i $\overline{MN}$ su $12-2=10$ m, a duljine dužina $\overline{LM}$ i $\overline{NK}$ su $7-2=5$ m.
Opseg tog pravokutnika iznosi $2\cdot(10+5)=$ **30 m**.

Slično računamo i opseg pravokutnika $JOPQ$.
Duljine dužina $\overline{PO}$ i $\overline{QJ}$ su $25-2=23$ m,
a duljine dužina $\overline{PQ}$ i $\overline{OJ}$ su $12-2=10$ m.

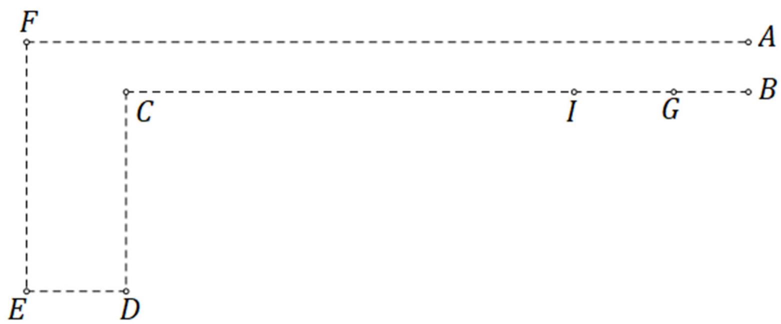


Opseg ovog pravokutnika je $2\cdot(23+10)=$ **66 m**.



Ulazeći i izlazeći iz tih prostorija dvaput je prošla između točaka G i H, odnosno I i J. Duljine dužina $\overline{JI}$ i $\overline{HG}$ su $1+1=2$ m, pa je Slava po tim dijelovima hodala ukupno $2\cdot(2+2)=$ **8 m**.

Ukupna duljina dužina $\overline{BG}$, $\overline{GI}$ i $\overline{IC}$ jednaka je duljini dužine $\overline{BC}$ koja iznosi $7+25+1=33$ m.



Obilazak ostatka galerije sastoji se od dužina $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ i $\overline{FA}$. Lako vidimo da je $|CD|=12-1+1=12$ m, $|DE|=8-2=6$ m, $|EF|=17-2=15$ m i $|FA|=8-1+25+7=39$ m.

Ukupna duljina puta $B-C-D-E-F-A$ iznosi $33+12+6+15+39=$ **105 m**.

Obilazeći galeriju, Slava je prešla ukupno $30+66+8+105=$ **209 m**. Duljina njenog koraka je 50 cm, pa joj za svaki metar trebaju dva koraka. Slava je ukupno napravila $2\cdot 209=$ **418** koraka.

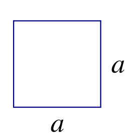
6. 300 kocki

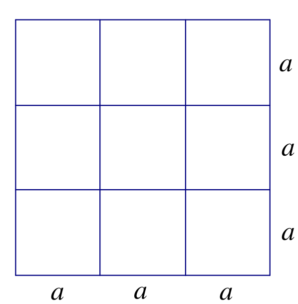
Marko može jednom punom bočicom boje obojiti četiri jednake drvene kocke. Koliko je bočica boje potrebno da se na isti način oboji 300 kocaka čiji su bridovi trostruko dulji od bridova Markovih kocaka?

Rezultat: 675

Rješenje.

Svaka strana kocke je kvadrat.
Jedna strana kocke trostruko duljeg brida može se rastaviti na devet manjih kvadrata jednakih stranama Markove kocke. Zato je i ukupna površina veće kocke devet puta veća od površine Markove kocke.





Znači, za veće kocke potrebno je devet puta više boje nego za Markove.

Marko za četiri kocke treba jednu punu bočicu boje, a za četiri veće kocke potrebno je devet punih bočica boje. Kako je $300:4=75$, za 300 kocaka potrebno je 75 puta više boje nego za 4 kocke. Za bojanje 300 većih kocaka potrebno je $75\cdot 9=675$ bočica boje.

7. Voće

Voćar treba poslati 44 kg jagoda, 68 kg trešanja, 71 kg marelica i 96 kg jabuka. Cjenik slanja paketa prikazan je u tablici:

vrsta paketa	najveća masa	cijena
mali paket	6 kg	7 €
srednji paket	10 kg	10 €
veliki paket	20 kg	18 €

U svakom paketu može biti samo jedna vrsta voća, a jagode se ne smiju pakirati u velike pakete. Koliko je najmanje eura potrebno za slanje svog navedenog voća?

Rezultat: 268

Rješenje. Za 44 kg jagoda smiju se koristiti samo srednji i mali paketi.
Ako se koriste samo srednji paketi, potrebno ih je pet pa je cijena $5 \cdot 10 = 50$ €.
Ako se koriste četiri srednja paketa, u njih stane 40 kg, te je potrebno upotrijebiti još jedan mali paket. Ukupna cijena će biti $4 \cdot 10 + 7 = 47$ €.
Ako se koriste tri srednja paketa, u njih stane 30 kg, te bi trebalo upotrijebiti još tri mala paketa, a cijena bi bila $3 \cdot 10 + 3 \cdot 7 = 51$ €.
Za slanje 44 kg jagoda potrebno je najmanje **47 €**.

Prije nego što razmotrimo pakiranje ostalih vrsta voća, uočimo sljedeće:

- U tri mala paketa stane 18 kg, a cijena je 21 €. Umjesto toga možemo upotrijebiti samo jedan veliki paket po cijeni od 18 €.
- U dva srednja paketa stane 20 kg, a cijena je 20 €. Umjesto toga možemo upotrijebiti samo jedan veliki paket po cijeni od 18 €.

Ovo znači da u najpovoljnijem rasporedu neće biti više od jednog srednjeg niti više od dva mala paketa. U jedan srednji i dva mala paketa stane najviše $10 + 2 \cdot 6 = 22$ kg. Za količine veće od 22 kg povoljnije je upotrijebiti barem jedan veliki paket.

Odredimo cijenu slanja 68 kg trešanja.
Ako se koriste samo veliki paketi, potrebna su četiri, ali to sigurno nije najpovoljnije, jer ako se upotrijebe tri velika paketa, preostalih 8 kg možemo smjestiti u jedan srednji paket (to je povoljnije od dva mala paketa). Cijena je tada $3 \cdot 18 + 10 = 64$ €.
Ako se koriste samo dva velika paketa, preostaje 28 kg, što je više od 22 kg, pa je bolje upotrijebiti jedan veliki paket više. Za slanje 68 kg trešanja potrebno je najmanje **64 €**.

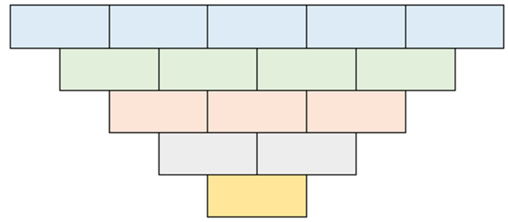
Odredimo cijenu slanja 71 kg marelica.
Ako se koriste samo veliki paketi, potrebna su četiri, a cijena je $4 \cdot 18 = 72$ €.
Ako se upotrijebe tri velika paketa, preostalih 11 kg možemo smjestiti u dva mala paketa (druge kombinacije su sigurno skuplje), pa je cijena $3 \cdot 18 + 2 \cdot 7 = 68$ €.
Ako se koriste samo dva velika paketa, preostalo bi 31 kg (više od 22 kg).
Za slanje 71 kg marelica potrebno je najmanje **68 €**.

Odredimo cijenu slanja 96 kg jabuka.
Ako se koriste samo veliki paketi, potrebno ih je pet, a cijena je $5 \cdot 18 = 90$ €.
Ako se upotrijebe četiri velika paketa, preostalih 16 kg možemo smjestiti u dva srednja ili srednji i mali ili tri mala paketa. Najpovoljnija kombinacija za 16 kg su jedan srednji i jedan mali paket. Cijena za takvu kombinaciju je $4 \cdot 18 + 10 + 7 = 89$ €.
Ako se koriste samo tri velika paketa, preostaje 36 kg, pa to ne može biti najpovoljnije.
Za slanje 96 kg jabuka potrebno je najmanje **89 €.**

Najmanja cijena slanja voća iznosi $47 + 64 + 68 + 89 = 268$ €.

8. Najveći broj

U gornji redak lika na slici treba rasporediti brojeve 8, 9, 10, 11 i 12, po jedan broj u svaki pravokutnik. Zatim se redom popunjavaju ostali pravokutnici, redak po redak. U svaki se pravokutnik upisuje zbroj brojeva iz dvaju pravokutnika prethodnog retka koji su tom pravokutniku susjedni.



Koji je najveći mogući broj u pravokutniku u posljednjem retku?

Rezultat: 173

Rješenje.

Označimo brojeve upisane u gornjem retku redom: ①, ②, ③, ④, ⑤. To su dakle, nekim redom, brojevi 8, 9, 10, 11 i 12.

①	②	③	④	⑤

U prvom polju drugog retka je zbroj brojeva ① i ②, u drugom polju je zbroj brojeva ② i ③, u trećem zbroj brojeva ③ i ④, a u četvrtom zbroj brojeva ④ i ⑤. Zbrojeve u drugom retku možemo prikazati grafički:

①②	②③	③④	④⑤

Na sličan način, u trećem su retku zbrojevi ovih brojeva:

①②②③	②③③④	③④④⑤

u četvrtom:

①②②② ③③③④	②③③③ ④④④⑤

a u petom retku, u polju na dnu lika, upisan je zbroj brojeva:

① ②②②② ③③③③③③ ④④④④ ⑤

Primijetimo da se brojevi ① i ⑤ pojavljuju samo jednom, brojevi ② i ④ po četiri puta, a broj ③ čak šest puta. U donjem polju lika bit će upisan broj

$$\text{①} + 4 \cdot \text{②} + 6 \cdot \text{③} + 4 \cdot \text{④} + \text{⑤} = (\text{①} + \text{⑤}) + 4 \cdot (\text{②} + \text{④}) + 6 \cdot \text{③}$$

Taj će zbroj biti najveći ako je ③ najveći broj, a brojevi ① i ⑤ dva najmanja broja.

Dakle, da bismo dobili najveći mogući broj u donjem polju, potrebno je u prvom retku u srednje (treće) polje upisati broj 12, u prvo i zadnje (peto) polje brojeve 8 i 9, a u preostala polja (drugo i četvrto) brojeve 10 i 11.

U svakom od ta četiri rasporeda, zbroj će biti isti:

$$\begin{aligned}(8+9) + 4 \cdot (10+11) + 6 \cdot 12 &= 17 + 4 \cdot 21 + 6 \cdot 12 \\ &= 17 + 84 + 72 = 173.\end{aligned}$$

8	10	12	11	9

8	11	12	10	9

9	10	12	11	8

9	11	12	10	8

9. Jedanaest boja

Na dvjema prozirnim folijama nacrtane su identične slike sastavljene od 11 paralelnih dužina različitih boja. Zrinka je položila te folije jednu na drugu tako da dužine na slikama budu okomite i tvore tablicu dimenzija 10×10. U svako polje te tablice Zrinka je upisala ukupan broj različitih boja na njegovom rubu. Koliki je zbroj svih 100 brojeva koje je Zrinka upisala?

Na slici je tablica dimenzija 2×2 nastala na isti način koristeći tri različite boje.

2	3
3	2

Rezultat: 362

Rješenje.
Promotrimo tablicu dimenzija 5×5 nastalu koristeći šest različitih boja.

2	3	4	4	4
3	2	3	4	4
4	3	2	3	4
4	4	3	2	3
4	4	4	3	2

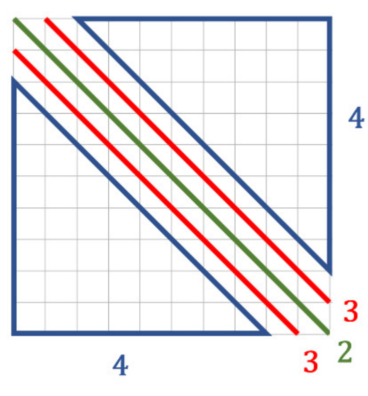
2	3	4	4	4
3	2	3	4	4
4	3	2	3	4
4	4	3	2	3
4	4	4	3	2

Obojimo li sva polja s istim brojem jednom bojom, kao na desnoj slici, možemo uočiti da je u svakom polju na dijagonali upisan broj 2, u njima susjednim poljima broj 3, a u svim ostalim poljima broj 4.

Objasnimo zašto je tako. Svako polje omeđeno je s četiri dužine. Najmanji broj koji može biti upisan u pojedino polje je 2, a najveći 4. Dvije dužine iste boje uvijek se sijeku na dijagonali. Zato polja na dijagonali (zelena polja) imaju vertikalne stranice obojane istim dvjema bojama kojima su obojane njihove horizontalne stranice. U svim poljima na dijagonali upisan je broj 2.

Polja koja su susjedna poljima na dijagonali (crvena polja) imaju po jedan vrh na dijagonali u kojem se sijeku istobojne dužine. Zato su rubovi takvih polja obojani s ukupno tri različite boje pa su u njima upisani brojevi 3. Sva ostala polja imaju četiri stranice različitih boja te su u njima upisani brojevi 4.

Isto vrijedi i za Zrinkinu tablicu dimenzija 10×10.



U deset zelenih polja na dijagonali, Zrinka je upisala broj 2.

U sva crvena polja, a ima ih $9 + 9 = 18$, Zrinka je upisala broj 3.

U sva plava polja Zrinka je upisala broj 4.

Takvih je polja

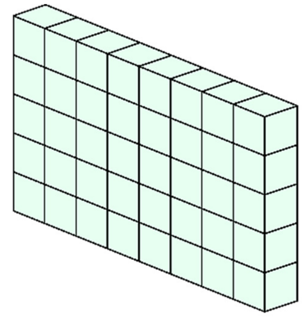
$$100 - (10 + 18) = 72.$$

Ukupan zbroj svih upisanih brojeva je

$$10 \cdot 2 + 18 \cdot 3 + 72 \cdot 4 = 20 + 54 + 288 = 362.$$

Napomena.
Do rješenja možemo doći i tako da odredimo za koliko je zbroj brojeva manji od $4 \cdot 100 = 400$ (to bi bio zbroj da je u svakom polju upisan broj 4). U deset polja na dijagonali upisan je broj 2, pa treba oduzeti $10 \cdot 2$, a u 18 polja ispod i iznad dijagonale je upisan broj 3 pa treba oduzeti još $18 \cdot 1$. Zato je zbroj svih upisanih brojeva jednak $400 - 20 - 18 = 362$.

10. Spojene kockice



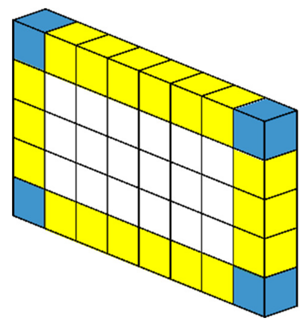
Na stranama igraće kockice nalaze se brojevi od 1 do 6. Nasuprot broja 1 je broj 6, nasuprot broja 2 nalazi se broj 5, a nasuprot broja 3 broj 4. Četrdeset takvih kockica raspoređeno je u pet redaka i osam stupaca te su susjedne kockice zalijepljene i tako je nastao kvadar. Koliki je najveći mogući zbroj svih brojeva na svim stranama tog kvadra?

Rezultat: 432

Rješenje.

Primijetimo da je zbroj brojeva na bilo kojim dvjema suprotnim stranama igraće kockice 7.

Dvije najveće strane kvadra su pravokutnici veličine 8×5. Na svakoj od njih je 40 brojeva, a ukupan zbroj svih 80 brojeva jednak je $40 \cdot 7 = 280$.



Zbroj brojeva na ostalim stranama kvadra (rubovima) ovisi o tome kako su kockice okrenute.

Promotrimo kvadar na slici.
Plavo su označene četiri kockice u uglovima, a žuto $2 \cdot 6 + 2 \cdot 3 = 18$ kockica.

Svakoj žutoj kockici vidljive su tri strane, od toga jedna na rubu. Sve takve kockice mogu biti okrenute tako da im je na rubu broj 6.

Svakoj plavoj kockici vidljive su ukupno četiri strane, od toga dvije na rubu. Takve kockice mogu biti okrenute tako da su im na rubu brojevi 5 i 6, a na prednjoj i zadnjoj strani brojevi 3 i 4 (tako da nisu vidljiva dva najmanja broja 1 i 2).

Najveći mogući zbroj brojeva na rubnim stranama kvadra je $18 \cdot 6 + 4 \cdot (6 + 5) = 152$.

Ukupan zbroj svih brojeva na svim stranama kvadra tada je $280 + 152 = 432$.