Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

1. razred – srednja škola – B varijanta

Vodice, 28. travnja 2026.

1. Odredi sve parove (x, y) realnih brojeva takvih da vrijedi

$$\begin{aligned} |x| + 2|y| &= 2 \\ ||x| - |y|| &= 1. \end{aligned}$$

2. Odredi sve četvorke (a, b, c, d) prostih brojeva takvih da vrijedi $2a + 4b + 5c + 8d = 138$.

3. Neka je A umnožak brojeva $1 - \dfrac{1}{n^2}$ za sve prirodne brojeve n od 2 do 2027, tj.

$$A = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{1}{2027^2}\right).$$

Riješi jednadžbu

$$x + \frac{x}{1+2} + \frac{x}{1+2+3} + \cdots + \frac{x}{1+2+\cdots+2026} = A,$$

pri čemu je na lijevoj strani zbroj 2026 pribrojnika oblika $\dfrac{x}{1+2+\cdots+n}$.

4. Neka su $\overline{AE}$ i $\overline{AF}$ visine paralelograma $ABCD$ pri čemu je točka E na dužini $\overline{BC}$, a točka F točka na dužini $\overline{CD}$. Ako je $|AE| = 32$, $|AF| = 20$ i $\cos|\sphericalangle EAF| = \dfrac{1}{3}$, kolika je površina četverokuta $AECF$?

5. Na metalnu ploču postavljaju se magneti, crveni i plavi, tako da na svakom polju bude po jedan magnet. Magnete iste boje ne razlikujemo.

a) Na koliko se načina može popuniti jedan redak od šest polja tako da broj plavih magneta u tom retku bude paran?

b) Na koliko se načina može popuniti ploča dimenzija 6×6 tako da u svakom retku i u svakom stupcu bude paran broj plavih magneta?

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

2. razred – srednja škola – B varijanta

Vodice, 28. travnja 2026.

1. Odredi sve peteroznamenkaste brojeve kojima aritmetička sredina prve i treće znamenke iznosi 7, druge i četvrte 5, treće i pete 4, a četvrte i prve znamenke 5.

2. Odredi najmanju moguću duljinu stranice $\overline{BC}$ trokuta ABC u kojem vrijedi

$$|\sphericalangle BAC| = 60^\circ \quad \text{i} \quad |AB| + 3|AC| = \sqrt{2}.$$

3. Trokutu ABC opisana je kružnica k. Duljine lukova $\widehat{BC}$, $\widehat{CA}$ i $\widehat{AB}$ kružnice k odnose se kao $3:2:7$. Izračunaj vjerojatnost da se slučajno odabrana točka kruga omeđenoga kružnicom k nalazi unutar trokuta ABC.

4. Odredi sve realne brojeve p, q i r za koje je $[-1, 2\rangle \setminus \{r\}$ skup svih rješenja nejednadžbe

$$\frac{-2px^2 + p^2x}{0.25q^3x^2 + q^2x} \geqslant 0.$$

5. Lorna je stavila kuglice u deset kutija tako da je u svakoj kutiji barem jedna kuglica i da ne postoje dvije kutije u kojima je jednak broj kuglica. Tada je primijetila da, koju god kutiju odabrala, može uzeti sve kuglice iz nje i ubaciti ih u neke od preostalih kutija tako da u svakoj od tih devet kutija bude jednak broj kuglica. Koliki je najmanji mogući ukupan broj kuglica u svih 10 kutija?

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

3. razred – srednja škola – B varijanta

Vodice, 28. travnja 2026.

1. Odredi sva rješenja nejednadžbe

$$\sin x \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x \leqslant -\frac{1}{2}$$

u intervalu $[-\pi, \pi]$.

2. Dva su vrha trokuta ABC točke $A(2,-3)$ i $B(3,-2)$. Težište toga trokuta leži na pravcu $3x - y - 8 = 0$, a njegova površina iznosi $\frac{3}{2}$. Odredi sve moguće koordinate vrha C.

3. Odredi sve prirodne brojeve n takve da je $\log_2\left(n^2 + 295\right)$ također prirodan broj.

4. Neka je $ABCD$ konveksan četverokut takav da vrijedi

$$|AB| = |CD| = 5, \quad |BC| = \sqrt{65} \quad \text{i} \quad |AD| = 7.$$

Dijagonale tog četverokuta sijeku se u točki P. Ako je zbroj površina trokuta PAB i PCD jednak zbroju površina trokuta PBC i PDA, kolika je površina četverokuta $ABCD$?

5. Za ekipno natjecanje iz matematike prijavili su se učenici triju razreda, 3.a, 3.b i 3.c. Iz svakoga od tih triju razreda prijavila su se po dva mladića i dvije djevojke. Ako se od svih prijavljenih učenika na slučajan način odabere četveročlana ekipa, kolika je vjerojatnost da će u ekipi biti predstavnici svakoga razreda te barem jedan mladić i barem jedna djevojka?

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

4. razred – srednja škola – B varijanta

Vodice, 28. travnja 2026.

1. Dokaži da za svaki prirodni broj $n \geqslant 2$ vrijedi

$$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{(n-1)^2}+\frac{1}{n^2}}=n-\frac{1}{n}.$$

2. Odredi sve kompleksne brojeve z za koje vrijedi

$$\operatorname{Re}(z^4)-\frac{1}{2}\operatorname{Im}(z^4)=\big(\operatorname{Re}(z^2)\big)^2$$

i

$$\operatorname{Im}(z^2)=2\sqrt{2}.$$

3. Neka je ABC trokut s pravim kutom u vrhu C. Simetrala kuta $\sphericalangle BAC$ siječe opisanu kružnicu tog trokuta u točkama A i D. Neka je E točka na pravcu AC takva da je dužina $\overline{AD}$ okomita na dužinu $\overline{DE}$. Ako je točka C polovište dužine $\overline{AE}$, odredi $|\sphericalangle BAC|$.

4. Ana i Tea naizmjence bacaju asimetrični novčić kod kojega pismo pada s vjerojatnošću p. Pobjeđuje ona koja prva dobije pismo. Ako Tea baca prva, a Ana pobjeđuje s vjerojatnošću 0.25, odredi p.

5. Odredi najmanji prirodni broj koji ima točno 30 djelitelja.

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.