Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

5. razred – osnovna škola

Vodice, 28. travnja 2026.

1. Lovre je zamislio prirodan broj. Pomnožio ga je brojem 6, rezultatu je dodao 17, a dobiveni zbroj podijelio brojem 5. Dobio je troznamenkasti prirodni broj kojem je znamenka jedinica jednaka znamenki stotica, a zbroj znamenaka iznosi 10. Koji je broj Lovre mogao zamisliti?

2. Dva djeteta imaju različite šesteroznamenkaste šifre na lokotima. Obje šifre višekratnici su broja 45, a njihovi troznamenkasti završetci kvadrati su prirodnih brojeva. Za obje šifre vrijedi da im je troznamenkasti završetak za 316 manji od troznamenkastog početka. Odredi te dvije šifre.

3. Dora, Eva i Frane rješavali su matematičke zadatke iz iste zbirke. Ako zbrojimo broj zadataka koje je riješila Dora, broj zadataka koje je riješila Eva i broj zadataka koje je riješio Frane, dobivamo 63. Odredi koliko su ukupno različitih zadataka riješili ako vrijedi:

- Eva je riješila jedan zadatak manje od Frane, a Frane jedan zadatak manje od Dore.
- Dora i Eva riješile su 12 istih zadataka, dok su Dora i Frane riješili 8 istih zadataka.
- Dora je riješila 7 zadataka koje nisu riješili ni Eva ni Frane.
- Od zadataka koje je riješio Frane, točno trećinu je riješila i Eva.

4. Jednakokračan trokut ABC opsega $50\,\text{cm}$ ima osnovicu $\overline{BC}$ duljine $14\,\text{cm}$. Neka je P polovište kraka $\overline{AB}$. Okomica na pravac AB kroz točku P siječe krak $\overline{AC}$ u točki D. Osnom simetrijom s obzirom na pravac PD točka C preslikana je u točku E. Odredi opseg trokuta ADE.

5. U Maloj ulici pokraj mora nalazi se točno šest kućica u nizu. Svaku kućicu treba obojiti jednom od triju boja: plavom, zelenom ili bijelom. Na koliko se različitih načina mogu obojiti kućice u Maloj ulici tako da se upotrijebe sve tri boje i da svake dvije susjedne kućice budu različitih boja?

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

6. razred – osnovna škola

Vodice, 28. travnja 2026.

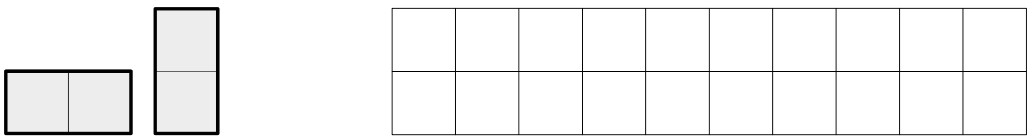
1. Ana i Ivo grade dva jednaka drvena tornja. Ana može sama izgraditi toranj za 30 minuta, a Ivo za 24 minute. Nakon što su prvi toranj zajedno gradili 10 minuta, Ivo je nastavio graditi prvi toranj, a Ana je počela graditi drugi toranj. Čim je dovršio prvi toranj, Ivo se pridružio Ani i zajedno su dovršili drugi toranj. Za koliko su vremena Ana i Ivo izgradili oba tornja?

2. U trokutu ABC simetrala kuta $\sphericalangle ACB$ i simetrala stranice $\overline{AC}$ sijeku se u točki D koja pripada stranici $\overline{AB}$. Nožište visine iz vrha C dijeli dužinu $\overline{BD}$ na dvije sukladne dužine. Odredi veličine kutova trokuta ABC.

3. Odredi sve troznamenkaste brojeve $\overline{abc}$ kojima su sve znamenke različite od nule takve da vrijedi

$$D(\overline{abc}, \overline{cba}) = 18 \quad \text{i} \quad D(\overline{abc}, \overline{acb}) = 9.$$

4. Koristeći deset jednakih pločica, čije su dimenzije 2×1, treba u potpunosti prekriti pravokutnu ploču dimenzija 10×2. Pločice se mogu postaviti horizontalno ili vertikalno. Na koliko se načina to može učiniti?



5. U rombu $ABCD$ vrijedi $|\sphericalangle BAD| = 120°$. Točka E pripada stranici $\overline{AB}$, a točka F stranici $\overline{AD}$ pri čemu je $|AE| + |AF| = |AB|$. Dokaži da je trokut CFE jednakostraničan.

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

7. razred – osnovna škola

Vodice, 28. travnja 2026.

1. Marica je zapisala jedan prirodni broj, a zatim još nekoliko brojeva. Svaki sljedeći broj za 5 je manji od dvostruke vrijednosti broja koji je zapisan neposredno prije njega. Zbroj prvog i četvrtog zapisanog broja iznosi 28. Koliko je najviše brojeva Marica mogla zapisati ako razlika između posljednja dva zapisana broja nije veća od 500?

2. Stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ četverokuta $ABCD$ su usporedne, a njegove se dijagonale sijeku u točki E. Ako je površina trokuta ABE jednaka 72, a površina trokuta ECD jednaka 50, kolika je površina četverokuta $ABCD$?

3. Neka je n prirodan broj. Može li se razlomak

$$\frac{(2n+1)(4n+1)}{n(4n+3)}$$

kratiti nekim prirodnim brojem većim od 1?

4. Neka su D, E i F redom polovišta stranica $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ i $\overline{AB}$ šiljastokutnog trokuta ABC. Neka je $\overline{BN}$ visina na stranicu $\overline{CA}$. Dokaži da je $|\sphericalangle DEF| = |\sphericalangle DNF|$.

5. Devet ugašenih žarulja poredano je u red. Žarulje je moguće paliti i gasiti nizom koraka samo prema sljedećem pravilu. U svakom koraku dopušteno je odabrati tri uzastopne žarulje i istovremeno im promijeniti stanje: upaljene ugasiti, a ugašene upaliti.

a) Može li se postići da druga, četvrta, šesta i osma žarulja budu ugašene, a preostalih pet žarulja upaljeno?

b) Koliko je različitih rasporeda stanja svih devet žarulja moguće postići?

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

8. razred – osnovna škola

Vodice, 28. travnja 2026.

1. U bazenu se nalazi određena količina vode, a u njega neprestano dotiče voda stalnom brzinom. Ako se voda ispumpava pomoću sedam jednakih pumpi, bazen se isprazni za jedan sat. Ako su uključene samo dvije od tih pumpi, bazen se isprazni za pet sati. Koliko bi vremena bilo potrebno da se bazen isprazni ako radi samo jedna od tih pumpi?

2. Neka je $ABCDEFGH$ pravilni osmerokut. Izračunaj omjer duljina $|AC| : |AD|$.

3. Odredi sve parove prirodnih brojeva za koje je zbroj njihovog umnoška, njihovog količnika, njihovog zbroja i njihove razlike jednak 450.

4. Marijan piše brojeve po školskoj ploči. Na početku je na praznu ploču napisao brojeve 11, 14, 17 i 20. U svakom koraku Marijan obriše s ploče tri broja a, b i c, te na ploču napiše brojeve $a+b-c$, $b+c-a$ i $c+a-b$.

Može li Marijan konačnim brojem takvih koraka postići da na ploči budu brojevi:

a) 5, 11, 17 i 23 ?

b) 3, 11, 23 i 25 ?

5. Neka je k kružnica sa središtem O i $\overline{AB}$ njen promjer. Točka C je polovište dužine $\overline{OB}$, a D točka na k takva da je $|BC| = |BD|$. Drugo sjecište pravca CD i kružnice k je točka E, a pravci OE i BD sijeku se u točki F. Dokaži da je $|BF| = |AB|$.

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.