MEDO 2025./2026.

Peto kolo

28. ožujka 2026.

Juniori (7. i 8. r. OŠ)

Zadaci

Zadatak J-5.1. [10 bodova]

U nekom je razredu deset učenika dobilo barem jednu peticu, osam učenika barem dvije petice, sedam učenika barem tri petice i pet učenika barem četiri petice. Tri su učenika dobila točno pet petica. Nitko nije dobio više od pet petica. Koliko su ukupno petica dobili učenici tog razreda?

Zadatak J-5.2. [15 bodova]

Koje su godine rođene osobe koje će tijekom 2026. godine navršiti onoliko godina koliki je zbroj znamenaka godine njihovog rođenja?

Zadatak J-5.3. [20 bodova]

Stranica $\overline{AB}$ pravokutnika $ABCD$ dvostruko je dulja od stranice $\overline{BC}$. Na stranici $\overline{AB}$ odabrana je točka E takva da veličina kuta $\sphericalangle DEA$ bude jednaka veličini kuta $\sphericalangle CED$. Kolika je veličina tog kuta?

Zadatak J-5.4. [25 bodova]

Odredi prirodne brojeve n i k za koje su točno tri od sljedeće četiri izjave istinite:

1) $n+1$ je djeljiv s k
2) $n=2k+5$
3) $n+k$ je djeljiv s 3
4) $n+7k$ je prost broj.

Zadatak J-5.5. [30 bodova]

Neka je $PQRS$ paralelogram u kojemu vrijedi $|PQ|=2|QR|$. Neka je točka M polovište stranice $\overline{PQ}$ i točka N nožište okomice iz vrha R na pravac PS.

Dokaži da vrijedi $|\sphericalangle QMN|=3\cdot|\sphericalangle PNM|$.

Zadatak J-5.6. [35 bodova]

Koliko deseteroznamenkastih brojeva sadrži barem jednu znamenku 1 ili barem dvije znamenke 2 ili barem tri znamenke 3 ili ... ili barem devet znamenki 9?

Zadatak J-5.7. [40 bodova]

Na 15 polja ploče dimenzija 4×4 nalaze se žetoni, a jedno polje je prazno. Anton nizom poteza pokušava s ploče ukloniti što više žetona. U svakom potezu on odabire tri uzastopna polja, uzima žetom s prvog polja, preskače njime žeton na drugom polju i stavlja prvi žeton na treće polje (do tada prazno), a drugi (preskočeni) žeton uklanja s ploče (vidi sliku).

X	Y		$\rightarrow$			X

Odredi koja sve polja ploče mogu na početku biti prazna kako bi Anton mogao postići da na kraju na ploči ostane samo jedan žeton.

Zadatak J-5.8. [45 bodova]

Odredi najmanju moguću vrijednost izraza $\dfrac{ab}{c} + \dfrac{bc}{a} + \dfrac{ca}{b}$, ako su a, b i c pozitivni realni brojevi takvi da vrijedi $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Za koje a, b i c se ta vrijednost postiže?