

MEDO 2025./2026.

Prvo kolo

8.11.2025.

Loomen

Seniori (1. – 4. r. SŠ)

Zadaci

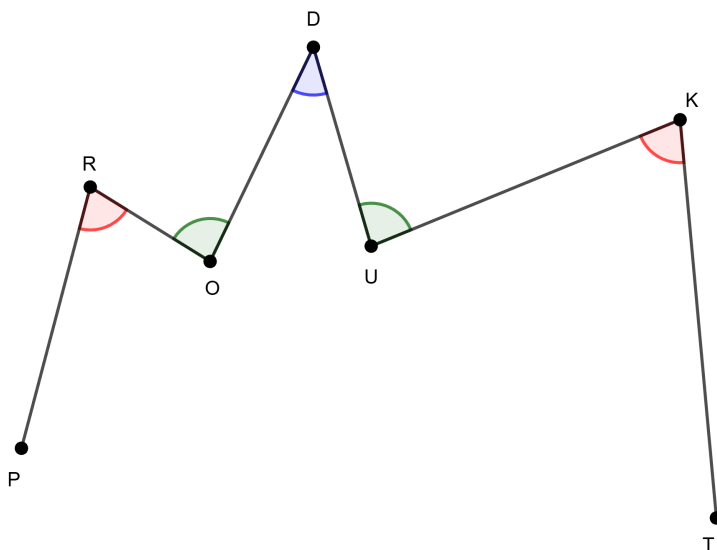
Zadatak S-1.1. [10 bodova]

Jakov je prvog dana u mjesecu dobio mjesečni džeparac. Na početku mjeseca, Jakov je kupio tri bilježnice na kvadratiće za ukupno 6 eura. Sredinom mjeseca Jakov je kupio novu loptu za polovinu preostalog iznosa koji mu je ostao od džeparca. Na kraju mjeseca kupio je i četiri bilježnice na linije, koje koštaju (svaka pojedinačno) upola manje od bilježnica na kvadratiće, nakon čega mu je preostalo točno 40% početnog iznosa džeparca.

Koliki džeparac je dobio Jakov?

Zadatak S-1.2. [15 bodova]

Mjera kutova označenih crvenom bojom na slici iznosi 73° (kutovi $\angle PRO$ i $\angle UKT$), plavom bojom 42° (kut $\angle ODU$), a zelenom bojom 84° (kutovi $\angle DOR$ i $\angle KUD$). Odredi mjeru kuta koji zatvaraju pravci PR i TK .



Zadatak S-1.3. [20 bodova]

Svakom vrhu pravilnog 2025-kuta pridružen je po jedan prirodan broj. Zbroj svih tih brojeva iznosi 7092. Par susjednih vrhova u ovom 2025-kutu nazivamo *prijateljskim* ako je zbroj njima pridruženih brojeva veći ili jednak 8.

Dokaži da postoje barem dva prijateljska para.

Zadatak S-1.4. [25 bodova]

Odredi najveći prirodan broj n za koji vrijedi sljedeća tvrdnja:

postoji prirodan broj A takav da za svaki $2 \leq k \leq n$ postoji k uzastopnih prirodnih brojeva čiji je umnožak A .

Zadatak S-1.5. [30 bodova]

Neka je I središte upisane kružnice trokuta ABC te neka su A_1 , B_1 i C_1 redom dirališta upisane kružnice sa stranicama $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ i $\overline{AB}$. Opisana kružnica trokuta BC_1B_1 siječe pravac BC u točkama B i K , a opisana kružnica trokuta CB_1C_1 siječe pravac BC u točkama C i L . Dokaži da se pravci LC_1 , KB_1 i IA_1 sijeku u jednoj točki.

Zadatak S-1.6. [35 bodova]

Dan je neparan prost broj p . Za prirodan broj k takav da je $1 \leq k \leq p-1$ označimo s d_k broj djelitelja broja $kp+1$ koji su veći od k i manji od p . Odredi $d_1 + d_2 + \dots + d_{p-1}$.

Zadatak S-1.7. [40 bodova]

Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da je

$$yf(x) + f(y) \geq f(xy)$$

za sve realne brojeve x i y .

Zadatak S-1.8. [45 bodova]

Arhipelag se sastoji od 2025 otoka, a jedini način prijevoza su brodske linije između nekih otoka (ako linija između dva otoka postoji, onda se može putovati u oba smjera).

Mirko i Slavko pretvorili su zajednički obilazak arhipelaga u igru. Mirko bira polazni otok, a zatim naizmjenice biraju sljedeći otok na koji će otputovati (prvi bira Slavko). Ne smiju odabrati otok koji su već posjetili. Igru gubi onaj tko ne može izabrati iduće odredište. Odredi tko ima pobjedničku strategiju.