

MEDO 2025./2026.

Prvo kolo

8.11.2025.

Loomen

Juniori (7. i 8. r. OŠ)

Zadaci

Zadatak J-1.1. [10 bodova]

Jakov je prvog dana u mjesecu dobio mjesečni džeparac. Na početku mjeseca, Jakov je kupio tri bilježnice na kvadratiće za ukupno 6 eura. Sredinom mjeseca Jakov je kupio novu loptu za polovinu preostalog iznosa koji mu je ostao od džeparca. Na kraju mjeseca kupio je četiri bilježnice na linije, koje koštaju upola manje od bilježnica na kvadratiće. Za preostalih 18 eura džeparca Jakov je kupio ulaznice za kazališnu predstavu za svoju sestru i sebe.

Koliki džeparac je dobio Jakov?

Zadatak J-1.2. [15 bodova]

Za tablicu koja se sastoji od tri retka i tri stupca kažemo da je *magični kvadrat* ako je u svako njeno polje upisan po jedan prirodan broj te vrijedi da su svi zbrojevi triju brojeva iz istog retka, stupca i glavne dijagonale međusobno jednaki. Dodatno, svi brojevi u poljima magičnog kvadrata moraju biti međusobno različiti. Glavne dijagonale tablice čine središnje polje i dva nasuprotna kutna polja.

Ivan i Lucija zapisali su na ploču svoje omiljene magične kvadrate. Zatim je Matej „zbrojio“ Ivanov i Lucijin magični kvadrat, tj. zapisao je na ploču novi magični kvadrat u čijem je svakom polju zbroj brojeva koji su u odgovarajućim poljima u Ivanovom i Lucijinom magičnom kvadratu. No, kada je došla učiteljica, obrisala je neke od brojeva iz magičnih kvadrata. Na ploči je ostalo zapisano sljedeće:

2		
9		

+

20	12	

=

	17	5
		26

Odredi koji brojevi su bili upisani u preostalim poljima.

Zadatak J-1.3. [20 bodova]

Na hipotenuzi $\overline{AB}$ pravokutnog trokuta ABC istaknute su točke D i E tako da vrijedi $|BD| = |BC|$ i $|AC| = |AE|$. Odredi mjeru kuta $\sphericalangle DCE$.

Zadatak J-1.4. [25 bodova]

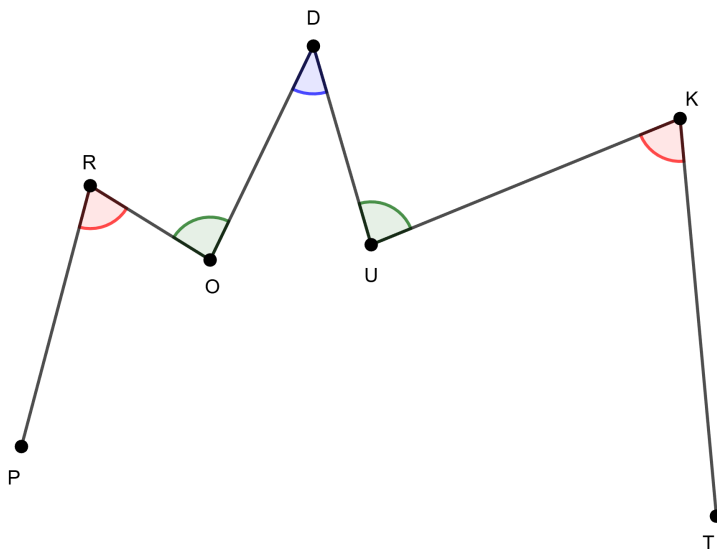
Peteroznamenasti broj zovemo *pikantnim* ako za njega vrijede sljedeća tri svojstva:

- smije sadržavati samo znamenke 0, 1, 3, 5, 7 i 9
- sve znamenke su mu međusobno različite
- nije višekratnik broja 30.

Koliko ima pikantnih brojeva?

Zadatak J-1.5. [30 bodova]

Mjera kutova označenih crvenom bojom na slici iznosi 73° (kutovi $\angle PRO$ i $\angle UKT$), plavom bojom 42° (kut $\angle ODU$), a zelenom bojom 84° (kutovi $\angle DOR$ i $\angle KUD$). Odredi mjeru kuta koji zatvaraju pravci PR i TK .

**Zadatak J-1.6.** [35 bodova]

Neka je K prirodan broj. Ana i Bojan naprave hrpu od K kamenčića i zatim igraju igru. Naizmjenice, jedno za drugim uzimaju s hrpe ili jedan novčić ili četiri novčića. Pobjednik je onaj tko zadnji uzme novčić ili novčiće s hrpe.

Ako Ana igra prva, za koliko brojeva K manjih od 1000 Bojan ima strategiju koja mu osigurava pobjedu?

Zadatak J-1.7. [40 bodova]

Odredi najveći prirodan broj n za koji vrijedi sljedeća tvrdnja:

postoji prirodan broj A takav da za svaki $2 \leq k \leq n$ postoji k uzastopnih prirodnih brojeva čiji je umnožak A .

Zadatak J-1.8. [45 bodova]

Neka je N prirodan broj. Dana je $N \times N$ tablica u čije je svako polje upisan po jedan prirodan broj (upisani brojevi nisu nužno međusobno različiti). Roko može mijenjati brojeve u tablici tako da u svakom koraku odabere bilo koji 2×2 kvadrat tablice te unutar njega odabere tri polja u kojima uveća upisane brojeve za 1.

Za prirodan broj N kažemo da je *Rokov* ako Roko može postići da, nakon konačno mnogo takvih koraka, svi brojevi u tablici budu jednaki, bez obzira na to koji su brojevi bili upisani u tablicu na početku.

Dokaži:

- (a) 2025 nije Rokov broj
- (b) 2048 jest Rokov broj.