

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ MATEMATIKE  
26. listopada 2020.

5. razred - osnovna škola

1. Nekom troznamenkastom broju s desna je dopisana znamenka 2. Dobiveni broj je podijeljen sa 7. Dobivenom količniku s desna dopisana je znamenka 3. Tako nastali broj podijeljen s 43 daje količnik 41. Odredi početni troznamenkasti broj!
2. Roko je zamislio pet brojeva takvih da je, počevši od najmanjeg, svaki sljedeći tri puta veći od prethodnog. Zbroj najmanjeg i najvećeg zamišljenog broja za 172 je veći od zbroja preostala tri zamišljena broja. Koje je brojeve zamislio Roko?
3. Djed Mato je za ogradu svog vrta pravokutnog oblika utrošio 154 m žice. Širina vrta iznosi  $\frac{5}{6}$  duljine vrta. Kolika je površina vrta djeda Mate?
4. „Magični kvadrat“ na slici popuni tako da u svakom retku, u svakom stupcu i na svakoj dijagonali bude jednak zbroj.

|    |    |  |
|----|----|--|
| 18 |    |  |
|    | 36 |  |
| 42 |    |  |

5. Na turniru u nogometu natjecalo se 7 ekipa. Svake dvije ekipe međusobno su odigrale jednu utakmicu. U slučaju pobjede jedne od ekipa, ona dobiva 5 bodova, a poražena ne dobiva niti jedan bod, dok u slučaju neriješenog rezultata svaka od te dvije ekipe dobiva po 2 boda. Poznato je da je broj bodova koje su ukupno osvojile sve ekipe na turniru jednak 90 i da je ekipa s najviše osvojenih bodova osvojila 24 boda.  
Koliki je najveći mogući broj bodova koji je mogla osvojiti ekipa koja je bila druga po broju bodova?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ MATEMATIKE  
26. listopada 2020.

6. razred - osnovna škola

1. Zadani su brojevi

$$a = 33\,333\,333 \cdot 44\,444\,444 \cdot 55\,555\,555$$

i

$$b = 66\,666\,666 \cdot 77\,777\,777 \cdot 88\,888\,888.$$

Dokaži da je broj  $(a + b)$  djeljiv s brojem 9.

2. Odredi mjere oba kuta koje zatvaraju velika i mala kazaljka sata u 20 sati i 21 minutu.
3. Odredi ostatak pri dijeljenju prirodnog broja  $n$  s brojem 45, ako je poznato da broj  $(n + 2\,020)$  pri dijeljenju s 45 daje ostatak 43.
4. Na školskom igralištu u red su, jedan do drugog, stali učenici petog razreda. Zatim se između svaka dva učenika u redu ubacio po jedan učenik šestog razreda. Nakon toga, između svaka dva učenika u redu smjestio se po jedan učenik sedmog razreda. Konačno, opet je između svaka dva učenika u redu došao po jedan učenik osmog razreda. U tom su trenutku na igralištu u redu bila 193 učenika. Koliko je učenika šestog razreda?
5. Zadan je pravokutnik  $ABCD$ . Neka je  $E$  točka unutar pravokutnika takva da je trokut  $BCE$  jednakostraničan i neka je točka  $F$  takva da je trokut  $CDF$  također jednakostraničan. Točka  $F$  nalazi se s druge strane pravca  $AB$  u odnosu na vrhove pravokutnika  $C$  i  $D$ . Dokaži da je trokut  $AEF$  jednakostraničan.

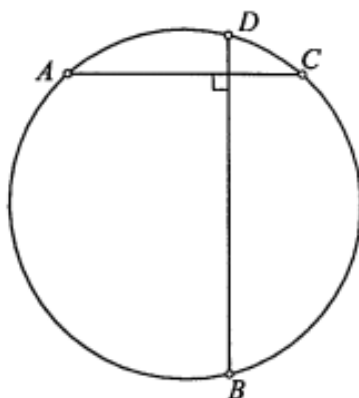
Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ MATEMATIKE  
26. listopada 2020.

7. razred - osnovna škola

1. U jednoj tvrtki rade radnici iz pet zemalja. Ima Austrijanaca, Belgijanaca, Ciprana, Danaca i Estonaca. Austrijanaca je za 1 manje od  $\frac{1}{3}$  Estonaca i za 3 manje od polovine broja Belgijanaca. Estonaca i Danaca zajedno je za 3 više od Ciprana i Belgijanaca zajedno. Ciprana i Estonaca zajedno je za 1 manje od polovine broja radnika tvrtke, a Ciprani i Belgijanci zajedno čine  $\frac{7}{16}$  broja radnika tvrtke. Koliko radnika iz koje zemlje radi u toj tvrtki?
2. U bubnju je 100 kuglica na kojima su napisani brojevi od 1 do 100, tako da se svaki broj pojavljuje točno jedanput. Slučajnim odabirom izvlači se jedna kuglica. Zatim se ta kuglica vrati u bubanj i ponovo se izvlači jedna kuglica. Kolika je vjerojatnost da će umnožak brojeva na izvučenim kuglicama biti djeljiv s 9?
3. Koliko ima prirodnih brojeva  $n$  manjih od 2 020 takvih da su zbroj znamenaka broja  $n$  i zbroj znamenaka broja  $n + 1$  neparni brojevi?
4. Dužine  $\overline{AC}$  i  $\overline{BD}$  dvije su međusobno okomite tetive kružnice koje se sijeku, kao na slici. Okomica povučena iz točke  $A$  na pravac  $CD$  siječe pravac  $BD$  u točki  $M$ , a okomica iz točke  $B$  na pravac  $CD$  siječe pravac  $AC$  u točki  $N$ . Dokaži da je četverokut  $ABNM$  romb.



5. Brojevi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8 razmješteni su nasumično ukrug. Za svaki takav razmještaj odredimo svih osam zbrojeva po četiri uzastopna broja te najveći od njih označimo s  $m$ . Koja je najmanja moguća vrijednost broja  $m$ ? Obrazloži odgovor.

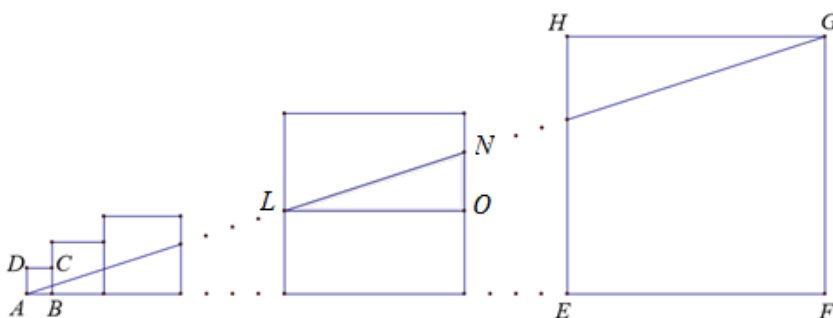
Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika

DRŽAVNO NATJECANJE  
IZ MATEMATIKE  
26. listopada 2020.

8. razred - osnovna škola

1. Za izlet grupe učenika unajmljen je autobus po cijeni od 2 880 kn. U zadnji tren troje učenika je odustalo zbog odlaska na pripreme svog sportskog kluba. Zbog toga se cijena izleta svakom učeniku povećala za 4 kn. Koliko je učenika trebalo ići na izlet?
2. Zadano je  $2n+1, n \in \mathbb{N}$  kvadrata, tako da je duljina stranice kvadrata  $ABCD$  jednaka 1 cm, a duljina stranice svakog sljedećeg za 1 cm veća od duljine stranice prethodnog kvadrata (vidi sliku). Dužina  $\overline{AG}$  siječe sve kvadrate. Izračunaj opseg i površinu pravokutnog trokuta  $\triangle LON$  u srednjem po veličini kvadratu, pri čemu je dužina  $\overline{LN}$  presjek dužine  $\overline{AG}$  i srednjeg kvadrata.



3. Ako je  $m$  prirodan broj, a  $n$  neparan prirodan broj, dokaži da  $m(m+2) + n(n+2)$  ne može biti kvadrat prirodnog broja.
4. Za različite točke  $A, B, C, D$  i  $E$  u ravnini poznato je sljedeće:
  - točka  $A$  je jednako udaljena od točaka  $B, C, D$  i  $E$  i te udaljenosti iznose 1,
  - točka  $C$  je jednako udaljena od točaka  $B$  i  $D$  i te udaljenosti iznose  $\frac{1}{2}$ ,
  - udaljenost između točaka  $B$  i  $E$  iznosi 2.

Odredi preostale udaljenosti između tih točaka.

5. Dan je prirodni broj  $n$  i konveksan mnogokut s  $n$  vrhova. Svaka od stranica i dijagonala tog mnogokuta obojana je plavom ili crvenom bojom. Odredi najmanji  $n$  takav da, za svako takvo bojanje, postoje tri vrha promatranog mnogokuta koja su međusobno spojena dužinama iste boje.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika