

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Primošten, 3.travnja-5.travnja 2017.

5. razred-osnovna škola

1. Vinko ima njivu oblika pravokutnika duljine 63 m. Od Marka je kupio susjednu njivu jednake duljine, kojoj je širina za 4 m veća od Vinkove. Obje njive zajedno imaju površinu 2016 m^2 . Koliko je Vinko platio susjedu Marku ako je cijena 1 m^2 jednaka 150 kn?

2. Koliki je ostatak pri dijeljenju broja

$$1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 14 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 14 \cdot 15$$

brojem 72 ?

3. Izbočeni kut od 315° računski podijeli na više kutova (dijelova) tako da je svaki sljedeći kut (dio) dvostruko veći od prethodnog. Veličina svakog kuta prirodan je broj u stupnjevima. Nađi sva rješenja!
4. U prazna polja tablice upiši jednoznamenkaste brojeve tako da njihov umnožak u svakom od četiri retka i četiri stupca bude jednak upisanom broju na kraju retka/stupca i pokaži da se to ne može napraviti drugačije.

				243
				245
				64
				50
70	45	840	72	

5. Zadana su dva nepoznata broja a i b takva da je broj a tri puta manji od broja b . Ako od broja a oduzmemo 3, dobivenu razliku pomnožimo brojem 5, umnošku dodamo 15 i dobiveni zbroj podijelimo brojem 20, dobije se broj x . Ako broj b podijelimo brojem 8, količniku dodamo 6, zbroj pomnožimo brojem 2 i od umnoška oduzmemo 22, dobije se broj y . Koliki su brojevi a i b ako je x dva puta manji od y ?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Primošten, 3.travnja-5.travnja 2017.

6. razred-osnovna škola

1. Tri komada tkanine imaju ukupnu duljinu 34 m. Ako od prvog komada odrežemo četvrtinu njegove duljine, od drugog komada polovinu njegove duljine i od trećeg komada šestinu njegove duljine, preostali dijelovi tkanine imat će jednake duljine. Kolika je duljina svakog komada tkanine prije rezanja?
2. Kuće na lijevoj strani ulice imaju neparne, a kuće na desnoj strani ulice parne kućne brojeve. Zbroj svih kućnih brojeva kuća s jedne strane ulice je 1369, a s druge 2162. Koliko je kuća u toj ulici?
3. Pri rješavanju zadatka Josip je trebao pomnožiti dva dvoznamenkasta broja. Međutim, pogriješio je jer je znamenke jednog broja zapisao u obrnutom redoslijedu. Dobio je umnožak koji je za 3816 veći od točnog rezultata zadatka. Koliki je točni rezultat?
4. Zadan je jednakokračni trokut $\triangle ABC$. Nad krakom $\overline{AC}$ nacrtan je kvadrat $ACDE$, a nad krakom $\overline{BC}$ jednakostranični trokut $\triangle BFC$. Dijagonale kvadrata $\overline{EC}$ i $\overline{AD}$ sijeku se u točki S , a pravac AF siječe krak $\overline{BC}$ u točki G . Pravac SG siječe krak $\overline{AC}$ u točki H . Ako je $|\angle DAF| = 85^\circ$, kolika je veličina kuta $\angle AHS$?
5. U trokutu $\triangle ABC$ najkraća stranica ima duljinu 5 cm. Za duljine visina tog trokuta vrijedi $v_b = v_a + v_c$. Odredi sve moguće cjelobrojne duljine svih stranica trokuta mjerene u centimetrima.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Primošten, 3.travnja-5.travnja 2017.

7. razred-osnovna škola

1. Jednom davno, neki je kralj imao suprugu i četvero djece: dva sina i dvije kćeri. Kada je umro, njegovi dukati raspodijeljeni su prema pravilima koja su tada vrijedila: imovina se prvo dijeli između obitelji i države u omjeru $2 : 1$, zatim se ostatak (obiteljski dio) dijeli između djece i kraljice u omjeru $3 : 1$. Svoj dio djeca dijele u omjeru $4 : 1$ u korist sinova, a zatim se dobiveni iznos dijeli između starijeg i mlađeg djeteta u omjeru $5 : 1$. Izračunaj koliko je dukata dobio stariji sin, ako je mlađi sin dobio 300 dukata manje od majke?
2. Od ukupnog broja upisanih učenika u 1. razred srednje škole, na početku školske godine bilo je 43 % djevojčica. Tijekom godine, školu je napustilo 14 djevojčica i 36 dječaka pa su na kraju školske godine 46 % polaznika 1. razreda bile djevojčice. Koliko je ukupno bilo upisanih učenika u 1. razred na početku školske godine? Koliko je na kraju školske godine bilo dječaka?
3. Zorica se upravo probudila i sanjivo protrljala oči. Uočila je da je tek prošlo 5 sati i da su se kazaljke na njenoj uri poklopile. U koliko se sati probudila Zorica? Točno vrijeme napiši u satima, minutama i sekundama.
4. Izračunaj površinu pravilnog dvanaesterokuta kojemu je duljina najkraće dijagonale 10 cm.
5. Neka je dužina $\overline{AD}$ promjer kružnice, a B i C točke na kružnici takve da se dužine $\overline{AC}$ i $\overline{BD}$ sijeku unutar kružnice pod kutom od 60° . Ako je točka S središte kružnice, dokaži da je trokut $\triangle BCS$ jednakostraničan.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Primošten, 3.travnja-5.travnja 2017.

8. razred-osnovna škola

1. Zadan je pravilni šesterokut $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Točke P_1 i P_2 su polovišta stranica $\overline{A_4A_5}$ i $\overline{A_3A_4}$. Koliki je omjer površina trokuta $\triangle P_1A_1P_2$ i pravilnog šesterokuta $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$?
2. Riješi sustav jednačbi:
$$(x+y)^2 - z^2 = 1, \quad (y+z)^2 - x^2 = 5, \quad (z+x)^2 - y^2 = 10.$$
3. Neka su p i q zadani različiti prosti brojevi. Nađi sve uređene parove (m, n) prirodnih brojeva koji zadovoljavaju jednačbu $p \cdot m + q \cdot n = m \cdot n$.
4. Neka je H nožište visine trokuta $\triangle ABC$ povučene iz vrha C . Neka su R i S redom točke u kojima kružnice upisane trokutima $\triangle AHC$ i $\triangle BCH$ diraju $\overline{CH}$. Ako je $|AB| = 2018$, $|AC| = 2017$ i $|BC| = 2016$, izračunaj $|RS|$.
5. Dvadeset učenika koji sudjeluju na kampu iz matematike odlučili su međusobno poslati poruke i to svaki od njih točno desetorici preostalih učenika. Odredi najmanji mogući broj obostranih poruka, tj. nađi primjer rasporeda slanja poruka u kojem je broj obostranih poruka najmanji mogući i dokaži da manji broj obostranih poruka nije moguće postići.
(Kažemo da je poruka između učenika A i B obostrana ako vrijedi da je učenik A poslao poruku učeniku B i da je učenik B poslao poruku učeniku A.)

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.