Jednadžbe – korak dalje od rutine

Božena Palanović, Srednja škola Zlatar

Marijana Krnić, Tehnička škola Ruđera Boškovića, Zagreb

Popis tema
(B kategorija natjecanja)

Razred	Teme
1. razred	• linearne jednadžbe • jednadžbe s parametrima • apsolutna vrijednost realnog broja i složeniji sustavi • Diofantske jednadžbe
2. razred	• *teme prethodnih razreda* • kvadratna jednadžba
3. razred	• *teme prethodnih razreda* • eksponencijalne i logaritamske jednadžbe • trigonometrijske jednadžbe
4. razred	• *teme prethodnih razreda* • funkcijske jednadžbe

Zašto su jednadžbe važne u razvoju matematičkog mišljenja?

- Uče prepoznavati obrasce
- Potiču apstraktno mišljenje
- Pripremaju za napredne matematičke koncepte
- Razvijaju logičko razmišljanje
- Razvijaju vještine rješavanja problema

Županijsko natjecanje 2025. (2B)

Zadatak B-2.1.

Odredi sve realne brojeve x za koje vrijedi:

$$\frac{x^9}{7}+\frac{1}{7}=\frac{x^6}{3}+\frac{x^3}{3}.$$

Broj učenika	Prosječan broj bodova
50	5.86
133	3.09

Rješenje.

Zapišimo danu jednadžbu u pogodnijem obliku:

$$\frac{1}{7}\left(x^9+1\right)-\frac{x^3}{3}\left(x^3+1\right)=0$$

$$3\left(x^9+1\right)-7x^3\left(x^3+1\right)=0$$

$$3\left(x^3+1\right)\left(x^6-x^3+1\right)-7x^3\left(x^3+1\right)=0$$ 3 boda

$$\left(x^3+1\right)\left(3(x^6-x^3+1)-7x^3\right)=0$$

$$\left(x^3+1\right)\left(3x^6-10x^3+3\right)=0$$ 2 boda

Slijedi da je $x^3+1=0$ ili $3x^6-10x^3+3=0$. 1 bod

U prvom je slučaju $x_1=\sqrt[3]{-1}=-1$. 1 bod

U drugom slučaju uvođenjem substitucije $x^3=t$ dobivamo kvadratnu jednadžbu $3t^2-10t+3=0$ čija su rješenja jednaka $t_1=3$, $t_2=\frac{1}{3}$. 1 bod

Slijedi da je $x_2=\sqrt[3]{3}$, $x_3=\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$. 2 boda

Dakle, sva rješenja zadane jednadžbe su $-1, \sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$.

Razlika između rutinskih i netipičnih jednadžbi

Rutinske jednadžbe	Netipične jednadžbe
Rješavaju se poznatim pravilima i metodama	Zahtijevaju kreativnost
Koriste se formule	Zahtijevaju traženje strategije
Koriste se ekvivalentne transformacije	Razvijaju dublje matematičko razumijevanje

***Zadatak* 1.** *Riješite jednadžbu*: $2^{|x|} = \cos x$

Analiza svojstava funkcija

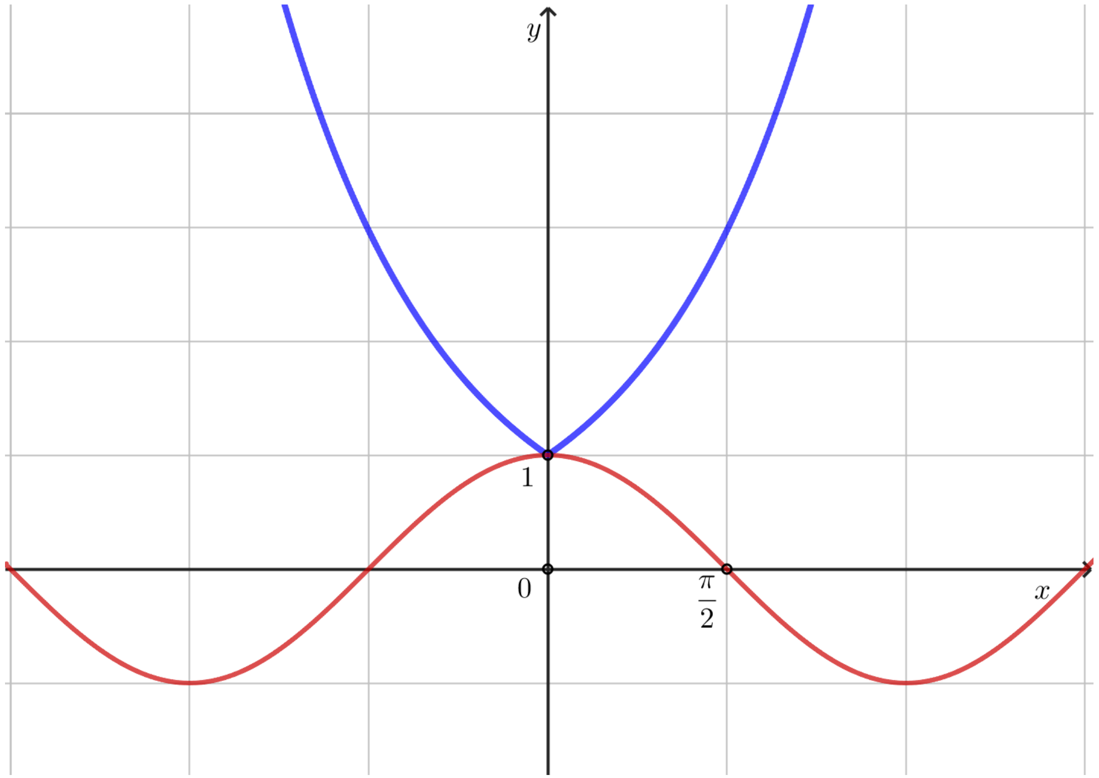
- $f(x) = 2^{|x|}$
- $g(x) = \cos x$
- $\mathrm{Im} f = [1, +\infty\rangle$
- $\mathrm{Im}\ g = [-1, 1]$

$2^{|x|} = cosx \Leftrightarrow 2^{|x|} = 1$ i $\cos x = 1$

$2^{|x|} = 1 \Rightarrow x = 0$
$\cos 0 = 1$

$x = 0$ je rješenje dane jednadžbe.

Grafički prikaz



$\boldsymbol{Zadatak\ 2.}\ Riješite\ jednadžbu: 6^{\sin^2 x} = \cos x$

Analiza svojstava funkcija

- $f(x) = 6^{\sin^2 x}$
- $g(x) = \cos x$
- $\sin^2 x \in [0,1]$
- $\mathrm{Im} f = [1, 6]$
- $\mathrm{Im}\ g = [-1, 1]$

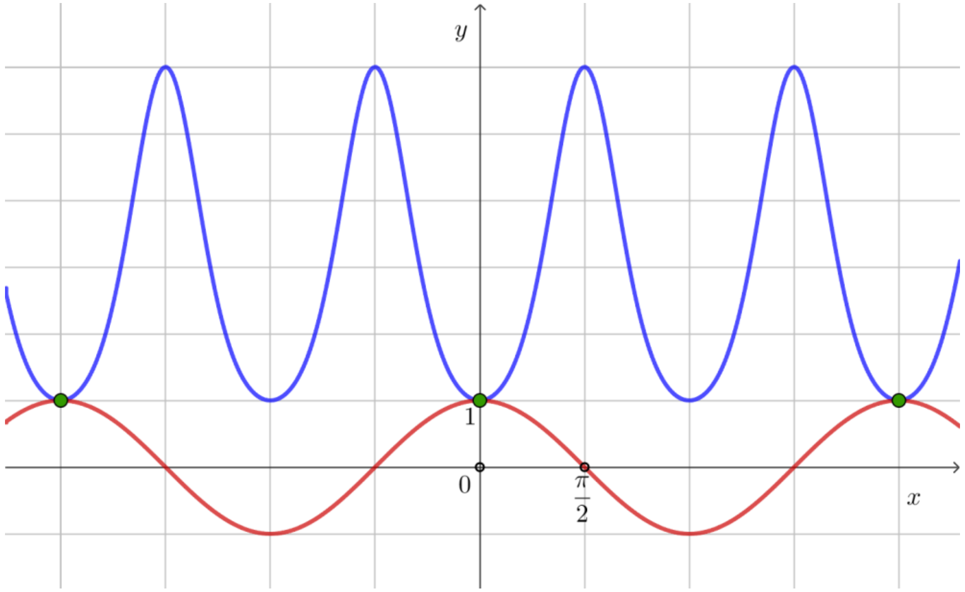
$6^{\sin^2 x} = \cos x \Leftrightarrow 6^{\sin^2 x} = 1$ i $\cos x = 1$

$\sin^2 x = 0$ i $\cos x = 1$

$x = 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$ je rješenje dane jednadžbe.

x	$6^{\sin^2 x}$	$\cos x$
0	1	1
$\frac{\pi}{4}$	$6^{0.5}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$6^{0.75}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	6	0
$\frac{2\pi}{3}$	$6^{0.75}$	$-\frac{1}{2}$
$\frac{3\pi}{4}$	$6^{0.5}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
π	1	-1
$\frac{5\pi}{4}$	$6^{0.5}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{4\pi}{3}$	$6^{0.75}$	$-\frac{1}{2}$
$\frac{3\pi}{2}$	6	0
$\frac{7\pi}{4}$	$6^{0.5}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{5\pi}{3}$	$6^{0.75}$	$\frac{1}{2}$
2π	1	1

Grafički prikaz



***Zadatak* 3.** *Riješite jednadžbu:* $x^2 + 4 = 4x\sin\frac{\pi x}{4}$

1. *Nadopunjavanje do potpunog kvadrata*

$$\left(x - 2\sin\frac{\pi x}{4}\right)^2 = 4\sin^2\frac{\pi x}{4} - 4$$

$$\boxed{\left(x - 2\sin\frac{\pi x}{4}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow 4\sin^2\frac{\pi x}{4} - 4 \geq 0}$$

$$\sin^2\frac{\pi x}{4} \geq 1 \Rightarrow \boxed{\sin\frac{\pi x}{4} = \pm 1}$$

$\sin\frac{\pi x}{4} = 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$

Provjera: $\sin\frac{\pi x}{4} = \sin\frac{2\pi}{4} = 1$

$\sin\frac{\pi x}{4} = -1 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = -2$

Provjera: $\sin\frac{\pi x}{4} = \sin\frac{-2\pi}{4} = -1$

Rješenja jednadžbe su $x_1 = 2$ i $x_2 = -2$.

***Zadatak* 3**. *Riješite jednadžbu*: $x^2 + 4 = 4x\sin\frac{\pi x}{4}$

2.

- $\frac{x^2+4}{4x} = \sin\frac{\pi x}{4}$
- $f(x) = \frac{x^2+4}{4x}$
- $g(x) = \sin\frac{\pi x}{4}$

- Odredi sliku funkcije f, tj. odredi za koji a jednadžba $\frac{x^2+4}{4x} = a$ ima rješenje.
- Uvjet na diskriminantu.

- $\mathrm{Imf} = \langle -\infty, -1] \cup [1, +\infty\rangle$
- Im $g = [-1,1]$
- $\sin\frac{\pi x}{4} = \pm 1 \Rightarrow x = \pm 2$

3.

- $x_{1,2} = \frac{4\sin\frac{\pi x}{4} \pm \sqrt{16\sin^2\frac{\pi x}{4} - 16}}{2}$
- Izraz pod korijenom mora biti veći ili jednak 0.
- $\sin^2\frac{\pi x}{4} \geq 1 \Rightarrow \boxed{\sin\frac{\pi x}{4} = \pm 1}$
- Uvrštavanjem $\sin\frac{\pi x}{4} = \pm 1$

u polaznu jednadžbu dobivamo $x = \pm 2$.

- Provjera vrijednosti $\sin\frac{\pi x}{4}$ za $x = \pm 2$.

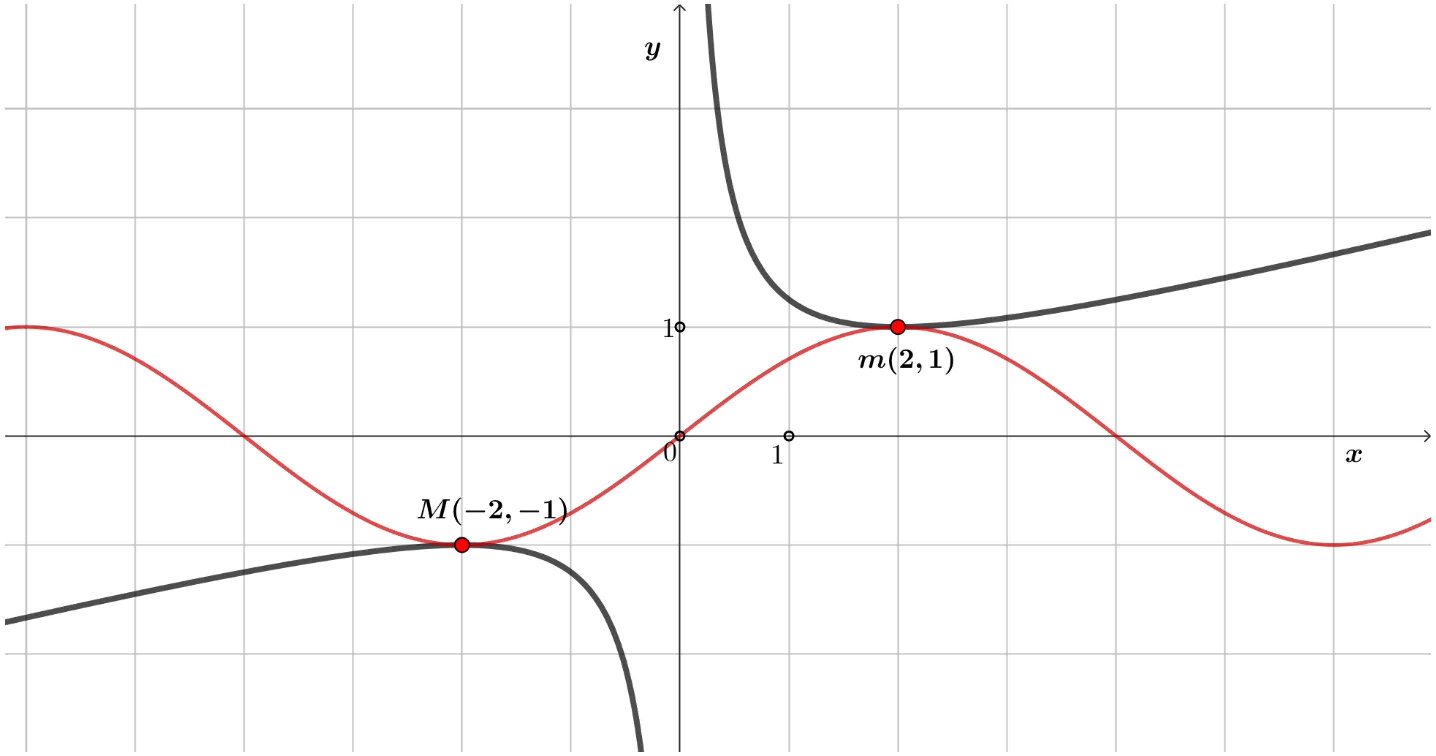
***Zadatak* 3.** *Riješite jednadžbu:* $x^2 + 4 = 4x\sin\frac{\pi x}{4}$

4.

- $\frac{x^2+4}{4x} = \sin\frac{\pi x}{4}$
- $f(x) = \frac{x^2+4}{4x}$
- $g(x) = \sin\frac{\pi x}{4}$
- Intervali monotonosti:

  Funkcija pada na: $\langle -2,0 \rangle$ i $\langle 0,2 \rangle$.

  Funkcija raste na: $\langle -\infty, -2 \rangle$ i $\langle 2, +\infty \rangle$
- Lokalni minimum: $(2,1)$
- Lokalni maksimum: $(-2,-1)$
- Im $g = [-1,1]$
- $\sin\frac{\pi x}{4} = \pm 1 \Rightarrow x = \pm 2$



Zadatak 4. *Riješite jednadžbu:* $x^2 - 2xsin(xy) + 1 = 0$

1. ***Nadopunjavanje do potpunog kvadrata***

$$(x - \sin(xy))^2 = sin^2(xy) - 1$$

$$\boxed{(x - \sin(xy)^2 \geq 0 \Rightarrow sin^2(xy) - 1 \geq 0}$$

$$sin^2(xy) \geq 1 \Rightarrow \boxed{\sin(xy) = \pm 1}$$

- $\sin(xy) = 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

  $x = 1 \Rightarrow \sin(y) = 1 \Rightarrow y = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k\epsilon\mathbb{Z}$

- $\sin(xy) = -1 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

  $x = -1 \Rightarrow \sin(-y) = -1 \Rightarrow y = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k\epsilon\mathbb{Z}$

Rj: $\left(1, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right), \left(-1, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right), k\epsilon\mathbb{Z}$

Zadatak 4. *Riješite jednadžbu:* $x^2 - 2x\sin(xy) + 1 = 0$

2.

- $x_{1,2} = \frac{\sin(xy) \pm \sqrt{4\sin^2(xy) - 4}}{2}$
- Izraz pod korijenom veći ili jednak nula.
- $\sin^2(xy) \geq 1 \Rightarrow \boxed{\sin(xy) = \pm 1}$
- Uvrštavanjem $\sin(xy) = \pm 1$ u polaznu jednadžbu dobivamo $x = \pm 1$.
- $x = 1 \Rightarrow \sin(y) = 1 \Rightarrow y = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \epsilon \mathbb{Z}$
- $x = -1 \Rightarrow \sin(-y) = -1 \Rightarrow y = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \epsilon \mathbb{Z}$

Rj: $\left(1, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right), \left(-1, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right), k \epsilon \mathbb{Z}$

Zadatak 5. *Riješite jednadžbu*: $sinx + sin3x = 2$

Kako je $sinx \leq 1$ i $sin3x \leq 1$ za svaki realan broj x zaključujemo da jednadžba ima rješenje ako i samo ako sustav jednadžbi

$\begin{cases} sinx = 1 \\ sin3x = 1 \end{cases}$ ima rješenje.

Skup rješenja jednadžbe $sinx = 1$ je $\left\{x \in \mathbb{R}: x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z\right\}$.

Skup rješenja jednadžbe $sin3x = 1$ je $\left\{x \in \mathbb{R}: x = \frac{\pi}{6} + \frac{2m\pi}{3}, m \in Z\right\}$.

$\left\{x \in \mathbb{R}: x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z\right\} \cap \left\{x \in \mathbb{R}: x = \frac{\pi}{6} + \frac{2m\pi}{3}, m \in Z\right\} = \emptyset$ jer iz $\frac{\pi}{2} + 2k\pi = \frac{\pi}{6} + \frac{2m\pi}{3}$ slijedi

$1 = 2(m - 3k)$ što je nemoguće.

Sustav jednadžbi $\begin{cases} sinx = 1 \\ sin3x = 1 \end{cases}$ nema rješenja.

Jednadžba $sinx + sin3x = 2$ nema rješenja.

Zadatak 6. *Odredite sva realna rješenja jednadžbe*

$$4x^3 - \sqrt{1-x^2} - 3x = 0.$$

1.

Zapišimo danu jednadžbu u sljedećem obliku: $\sqrt{1-x^2} = 4x^3 - 3x$

Uvjeti: $1 - x^2 \geq 0, 4x^3 - 3x = x\left(2x - \sqrt{3}\right)\left(2x + \sqrt{3}\right) \geq 0$

Rješavanjem uvjeta dobivamo: $x \in \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right] \cup \left[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$

Kvadriranjem jednadžbe i sređivanjem dobivamo jednadžbu $16x^6 - 24x^4 + 10x^2 - 1 = 0.$

Uvođenjem supstitucije $x^2 = t$ i faktorizacijom dobivamo $(2t-1)(8t^2 - 8\mathrm{t} + 1) = 0.$

1) Iz $2t - 1 = 0$ dobivao $t = \frac{1}{2}$, odnosno $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

2) Rješenja kvadratne jednadžbe $8t^2 - 8t + 1 = 0$ su $t = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{4}$, odakle dobivamo $x = \pm\frac{1}{2}\sqrt{2 \pm \sqrt{2}}$

Rješenja polazne jednadžbe su: $x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}, x_2 = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}, x_3 = -\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}.$

2.

Zadatak 6. *Odredite sva realna rješenja jednadžbe*

$$4x^3 - \sqrt{1 - x^2} - 3x = 0.$$

Zapišimo danu jednadžbu u sljedećem obliku: $\sqrt{1 - x^2} = 4x^3 - 3x$

Uvjeti: $1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [-1,1]$

Uvedimo supstituciju $x = sin\alpha, \alpha\epsilon \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

Jednadžba se svodi na jednadžbu $\sqrt{1 - sin^2\alpha} = 4sin^3\alpha - 3sin\alpha, tj. |cos\alpha| = -sin3\alpha$

Za $\alpha\epsilon \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ je $cos\alpha \geq 0,$ pa jednadžba poprima oblik

$$cos\alpha = -sin3\alpha, \qquad \text{tj.} \qquad sin3\alpha + sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 0$$

Primjenom formula za pretvorbu zbroja trigonometrijskih funkcija u umnožak dobivamo:

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

1) Opće rješenje jednadžbe $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ je $\alpha = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k\epsilon\mathbb{Z}$.

2) Opće rješenje jednadžbe $\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ je $\alpha = \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, , k\epsilon\mathbb{Z}$.

Zadatak 6. *Odredite sva realna rješenja jednadžbe* $4x^3 - \sqrt{1-x^2} - 3x = 0.$

Jednadžba ima tri rješenja u intervalu $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$: $-\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}$.

Rješenja polazne jednadžbe su:

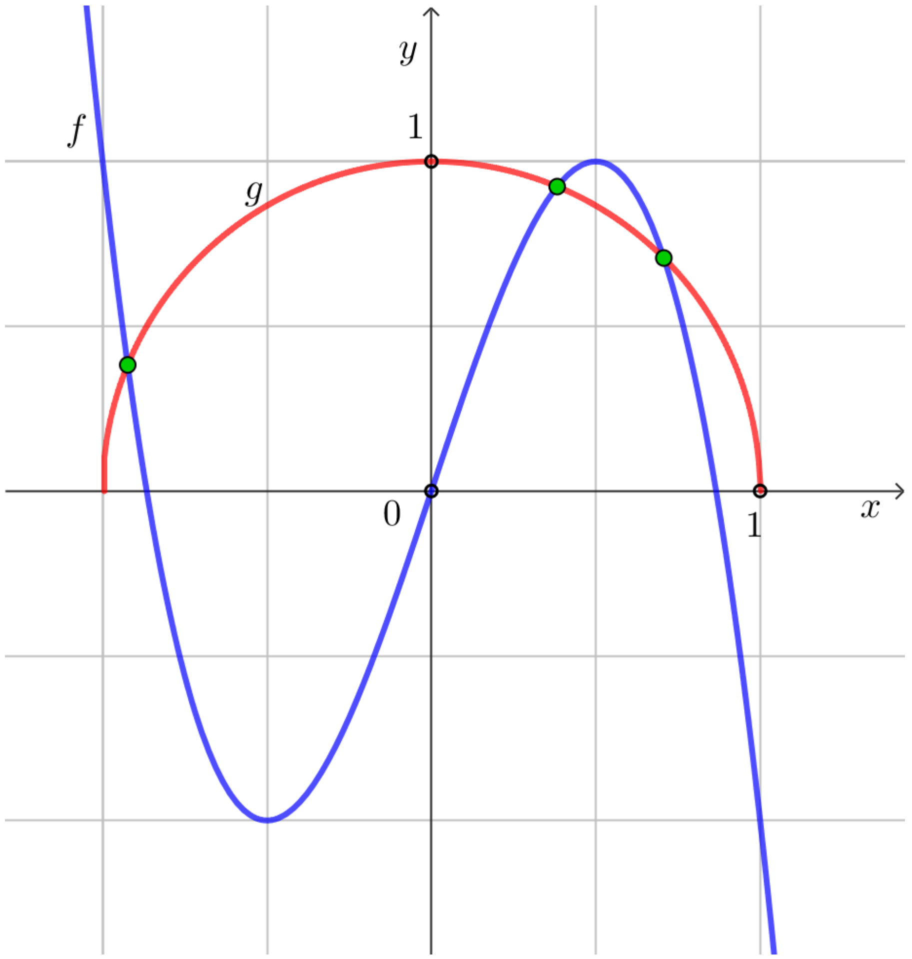
$$x_1 = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x_2 = \sin\left(-\frac{\pi}{8}\right) = -\sqrt{\frac{1-cos\frac{\pi}{4}}{2}} = -\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$$

$$x_3 = \sin\left(\frac{3\pi}{8}\right) = \sqrt{\frac{1-cos\frac{3\pi}{4}}{2}} = -\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$$

Zadatak 6. *Odredite sva realna rješenja jednadžbe*

$$4x^3 - \sqrt{1 - x^2} - 3x = 0.$$



- Učenik može crtanjem grafova funkcija $f(x) = 4x^3 - 3x$ i $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ zaključiti da jednadžba ima tri rješenja.

Zadatak 7. *Odredite realne brojeve m za koje jednadžba* $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+5}=m$ *ima rješenja.*

1.

- Uvjet $x \geq -3, m \geq 0.$
- Kvadriranjem dobivamo: $2\sqrt{(x+3)(x+5)} = m^2 - 2x - 8$
- Zaključujemo da je $m^2 - 2x - 8 \geq 0$, tj. $x \leq \frac{m^2-8}{2}$.
- Ponovnim kvadriranjem dobivamo: $x = \frac{m^4-16m^2+4}{4m^2}$
- Nejednadžba $\frac{m^4-16m^2+4}{4m^2} \geq -3$ je ekvivalentna s nejednadžbom $(m^2-2)^2 \geq 0$ što vrijedi za svaki

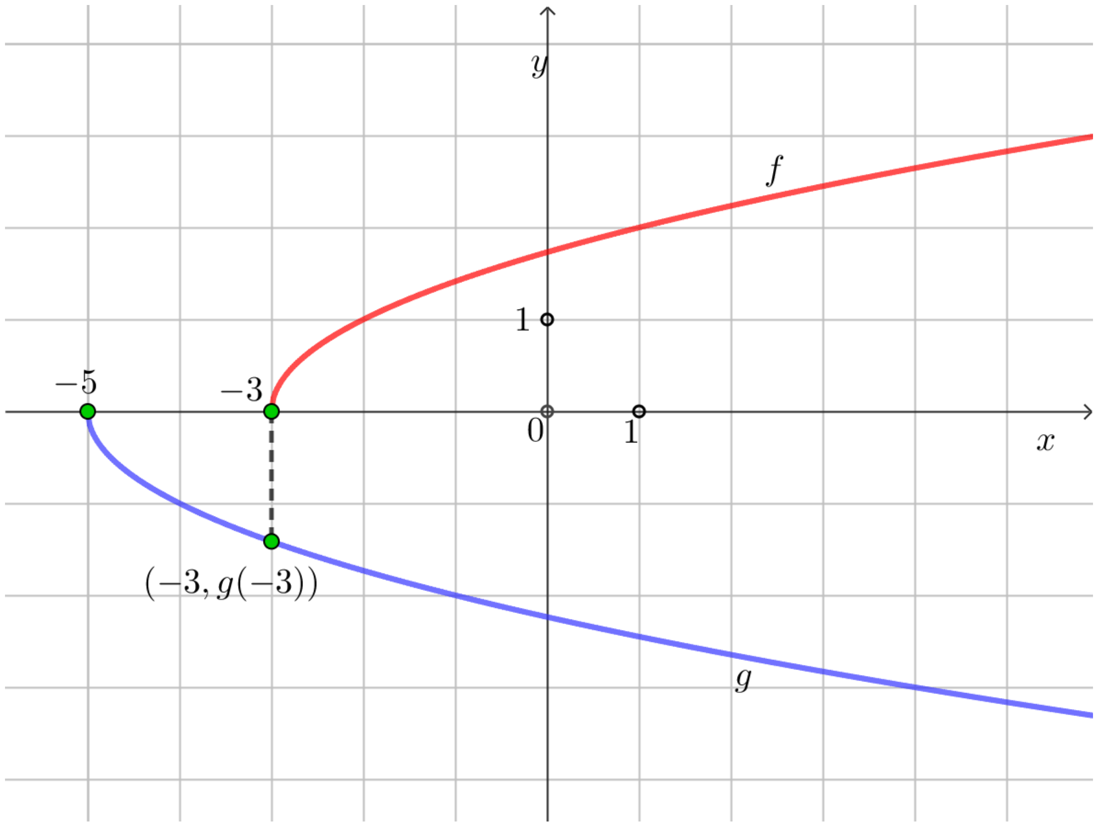
  $m \in \mathbb{R}$.
- Iz $x \leq \frac{m^2-8}{2}$ i $x = \frac{m^4-16m^2+4}{4m^2}$ dobivamo nejednadžbu $\frac{m^2-8}{2} \leq \frac{m^4-16m^2+4}{4m^2}$ odakle

rješavanjem dobivamo $m^2 \geq 2$.
- Konačno, jednadžba ima rješenja za svaki $m \geq \sqrt{2}$.

Zadatak 7. *Odredite realne brojeve m za koje jednadžba* $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+5}=m$ *ima rješenje.*

2.

- Zapišimo jednadžbu u obliku
$\sqrt{x+3}=-\sqrt{x+5}+m$
- Neka je $f(x)=\sqrt{x+3}$, $g(x)=-\sqrt{x+5}$
- $g(-3)=-\sqrt{2}$
- Ako graf funkcije g translatiramo duž y osi za $m\geq\sqrt{2}$, jednadžba će imati rješenje i to jedno obzirom na sliku i injektivnost danih funkcija.



***Zadatak* 8.** *Riješite jednadžbu:* $\sqrt[3]{1+x}+\sqrt[3]{1-x}=2$

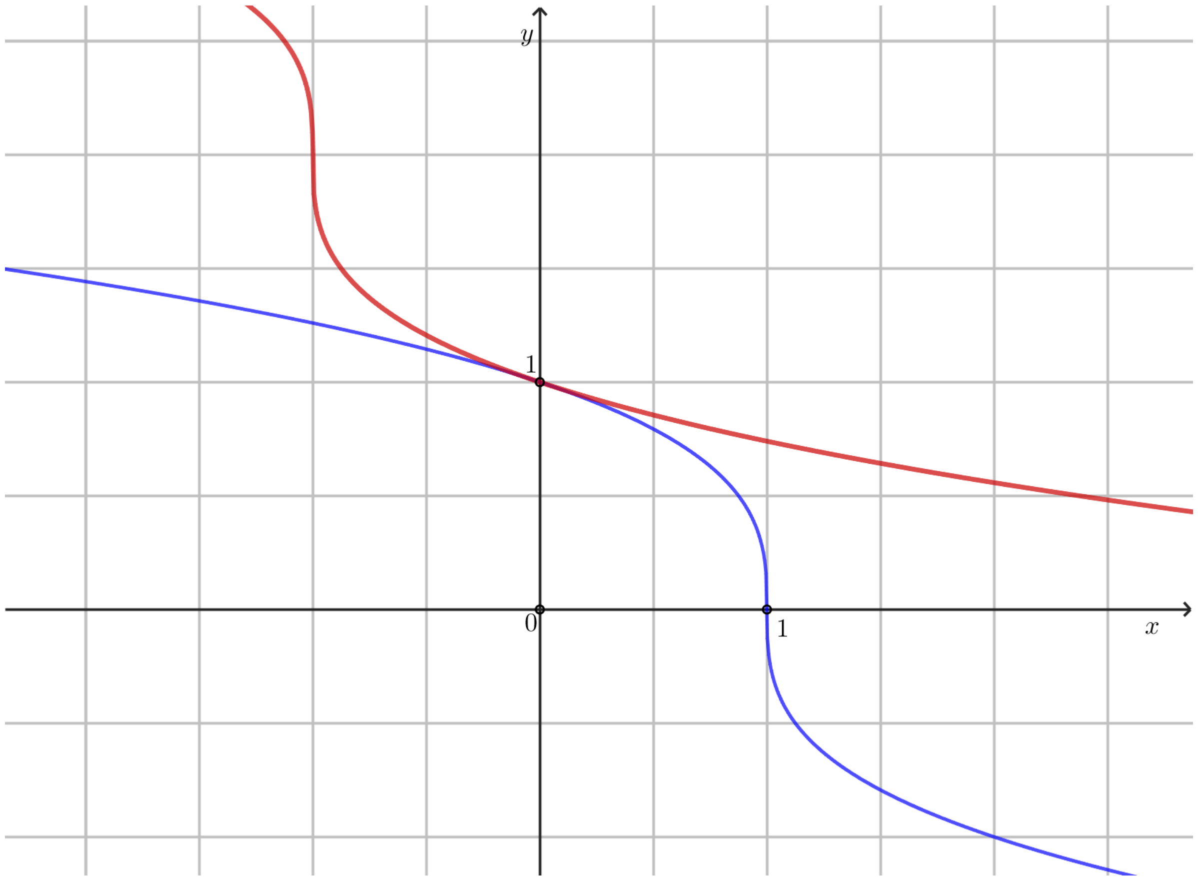
- **Klasičan način:** 1.

$$\left(\sqrt[3]{1+x}\right)^3+\left(\sqrt[3]{1-x}\right)^3$$
$$+3\sqrt[3]{1+x}\sqrt[3]{1-x}\left(\sqrt[3]{1+x}+\sqrt[3]{1-x}\right)=8$$
$$1+x+1-x+3\sqrt[3]{1-x^2}\cdot 2=8$$
$$6\cdot\sqrt[3]{1-x^2}=6$$
$$\sqrt[3]{1-x^2}=1$$
$$1-x^2=1$$
$$x^2=0$$
$$x=0$$

- **Rješavanje iracionalnih jednadžbi sustavom algebarskih jednadžbi** 2.
- $\sqrt[3]{1+x}=\mathrm{u}$
- $\sqrt[3]{1-x}=v$
- $\begin{cases} u+v=2 \\ u^3+v^3=2 \end{cases}$
- $u^3+(2-u)^3=2$
- $u^2-2u+1=0 \Rightarrow u=1$
- $u=1 \Rightarrow \sqrt[3]{1+x}=1 \Rightarrow x=0$
- Provjera pokazuje da 0 jest rješenje dane iracionalne jednadžbe.

$\boldsymbol{Zadatak\ 8}.\ Riješite\ jednadžbu:\ \sqrt[3]{1+x}+\sqrt[3]{1-x}=2$

- $\sqrt[3]{1-x}=2-\sqrt[3]{1+x}$



3.

Zadatak 9. *Riješite jednadžbu:* $\sqrt[3]{2-x}+\sqrt{x-1}-1=0$

1.

- Da bi jednadžba imala smisla mora biti $x \geq 1$.
- Uvedemo nove nepoznanice: $\sqrt[3]{2-x}=u, \sqrt{x-1}=v$
- Tada dobivamo sustav: $\begin{cases} u+v=1 \\ u^3+v^2=1 \end{cases}$
- Izrazimo li iz prve jednadžbe sustava $v=1-u$ i uvrstimo u drugu jednadžbu dobivamo $u^3+u^2-2u=0$, odakle faktorizacijom dobivamo:

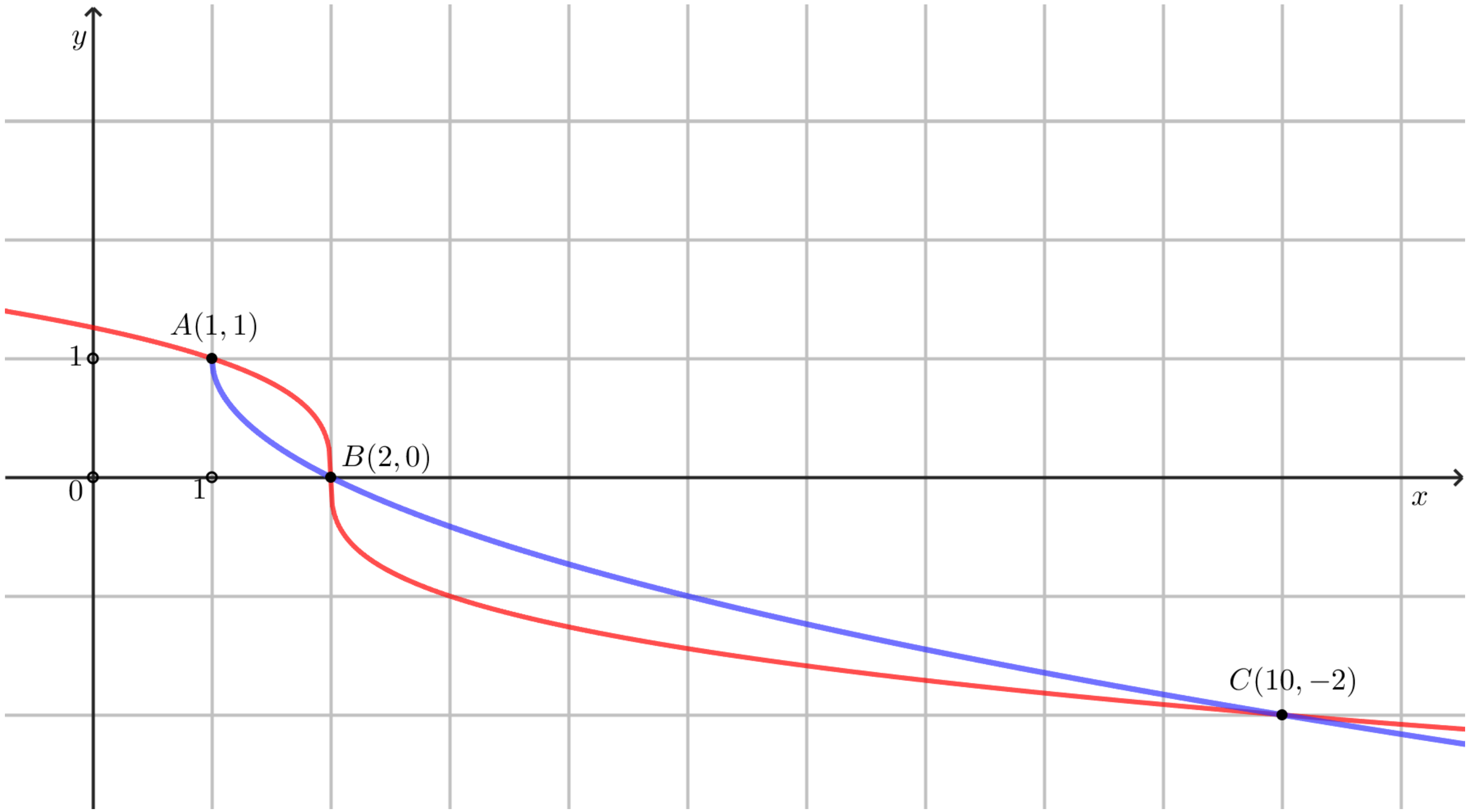
$$u(u^2+u-2)=u(u+2)(u-1)=0$$

- Iz $u=0$ dobivamo $\sqrt[3]{2-x}=0$, odnosno $x=2$.
- Iz $u=-2$ dobivamo $\sqrt[3]{2-x}=-2$, odnosno $x=10$.
- Iz $u=1$ dobivamo $\sqrt[3]{2-x}=1$, odnosno $x=1$.
- Provjera pokazuje da su $x=2, x=10$ i $x=1$ rješenja dane iracionalne jednadžbe.

Zadatak 9. *Riješite jednadžbu:* $\sqrt[3]{2-x}+\sqrt{x-1}-1=0$

$$\sqrt[3]{2-x}=1-\sqrt{x-1}$$

2.



Zadatak 10. Riješi sustav jednadžbi

$$\begin{cases} \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-6)^2}=5 \\ 6x+7y=43 \end{cases}$$

- Neka su u pravokutnom koordinatnom sustavu dane točke $A(1,2), B(4,6), C(x,y)$.
- Tada je:

$$|AC| = \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}$$

$$|BC| = \sqrt{(x-4)^2+(y-6)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(1-4)^2+(2-6)^2}=5$$

Zadatak 10. Riješi sustav jednadžbi

$$\begin{cases} \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-6)^2}=5 \\ 6x+7y=43 \end{cases}$$

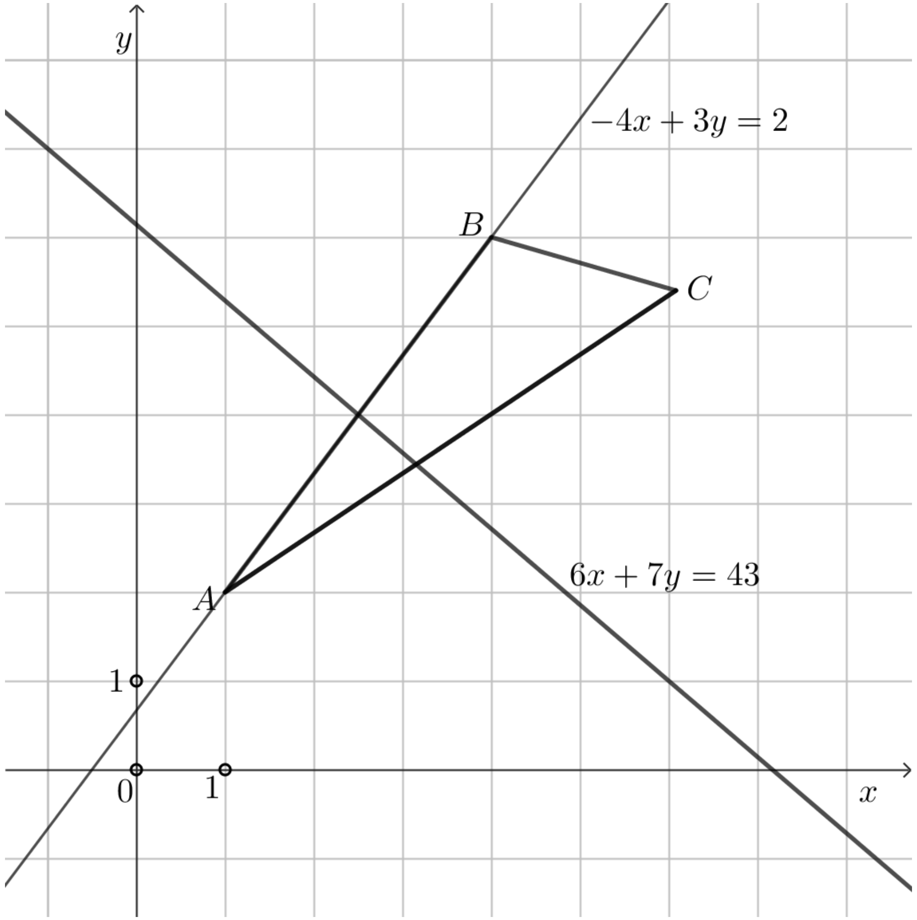
Mora vrijediti $|CA|+|CB| \geq |AB|$ te dobivamo:

$$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-6)^2} \geq 5$$

- Zaključujemo da nejednakost prelazi u jednakost kada se točka C nalazi na dužini $\overline{AB}$.

Kako jednadžba pravca AB glasi $-4x+3y-2=0$ i

kako se pravci $6x+7y=43$ i $3y-4x=2$ sijeku u točki $\left(\frac{5}{2}, \ 4\right)$ slijedi da je $\left(\frac{5}{2}, 4\right)$ rješenje polaznog sustava.



Zadatak 11. Riješi jednadžbu: $x^4 - 2\sqrt{5}x^2 + x + 5 - \sqrt{5} = 0$

Dana jednadžba može se zapisati u obliku:

$$\left(\sqrt{5}\right)^2 - (2x^2 + 1)\sqrt{5} + x^4 + x = 0.$$

Stoga dobivamo $\left(\sqrt{5}\right)_{1,2} = \frac{2x^2+1 \pm \sqrt{(2x^2+1)^2 - 4(x^4+x)}}{2}$.

Sređivanjem navedenog izraza dobivamo dvije kvadratne jednadžbe:

$x^2 + x - \sqrt{5} = 0$ i $x^2 - x + 1 - \sqrt{5} = 0$.

Njihovim rješavanjem konačno nalazimo $x \in \left\{\frac{-1 \pm \sqrt{1+4\sqrt{5}}}{2}, \frac{1 \pm \sqrt{4\sqrt{5}-3}}{2}\right\}$.

ŠKOLSKO NATJECANJE

VODICE

JEDNADŽBE S APSOLUTNOM VRIJEDNOSTI

PRIPREME

KVADRATNE JEDNADŽBE

LINEARNE JEDNADŽBE

LOGARITAMSKE JEDNADŽBE

TRIGONOMETRIJSKE JEDNADŽBE

EKSPONENCIJALNE JEDNADŽBE

ŽUPANIJSKO NATJECANJE

DRŽAVNO NATJECANJE

- Odaberi bilo koji krug
- Pomakni se lijevo ili desno do najbližeg pravokutnika
- Pomakni se gore ili dolje do najbližeg kruga
- Zatim dijagonalno do najbližeg pravokutnika
- I konačno lijevo ili desno do najbližeg kruga

ŠKOLSKO NATJECANJE

VODICE

JEDNADŽBE S APSOLUTNOM VRIJEDNOSTI

PRIPREME

KVADRATNE JEDNADŽBE

LINEARNE JEDNADŽBE

LOGARITAMSKE JEDNADŽBE

TRIGONOMETRIJSKE JEDNADŽBE

EKSPONENCIJALNE JEDNADŽBE

ŽUPANIJSKO NATJECANJE

DRŽAVNO NATJECANJE

Literatura:

1. M. Valčić, *Trigonometrija (odabrani zadaci),* Element, Zagreb, 1996.

2. M Šarić, *Matematika pomaže matematici, zbirka nestandardnih zadataka s neobičnim rješenjima*, Element, Zagreb, 2006.

3. I. Ilišević, *Rješavanje nekih iracionalnih jednadžbi sustavom algebarskih jednadžbi*, MIŠ br. 93. Element, Zagreb, 2018.