Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

5. razred – osnovna škola

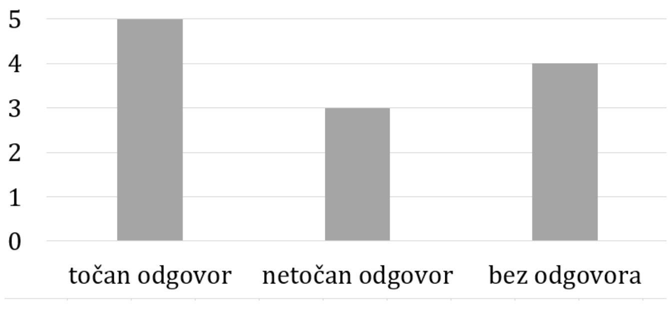
14. ožujka 2025.

Svaki od pet zadataka vrijedi 10 bodova. Osim konačnoga rezultata boduje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke. Nije dopuštena uporaba džepnoga računala ni bilo kakvih priručnika.

1. Tena je zamislila tri prirodna broja. Odredi sva tri broja ako je poznato sljedeće:

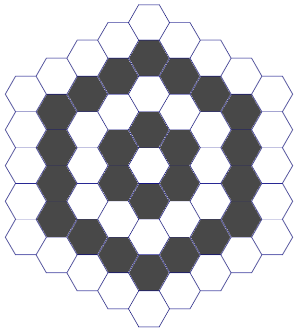
- prvi je broj najmanji parni četveroznamenkasti broj s različitim znamenkama;
- drugi je broj najveći četveroznamenkasti broj s različitim neparnim znamenkama koji nije djeljiv s tri;
- treći je broj jednak zbroju tri četvrtine prvoga i četiri sedmine drugoga broja.

2. Astra i Gea rješavale su ispit iz astronomije. Za svaki zadatak s točnim odgovorom daje se isti broj bodova. Za svaki zadatak bez odgovora oduzima se isti broj bodova. Za svaki zadatak s netočnim odgovorom oduzima se dvostruko više bodova nego za zadatak bez odgovora. Gea je u svim zadatcima dala točne odgovore i postigla 120 bodova. Astra je postigla ukupno 20 bodova te je dijagramom prikazano koliko je imala točnih i netočnih odgovora te na koliko zadataka nije dala odgovor. Koliko se bodova oduzima za svaki zadatak bez odgovora?



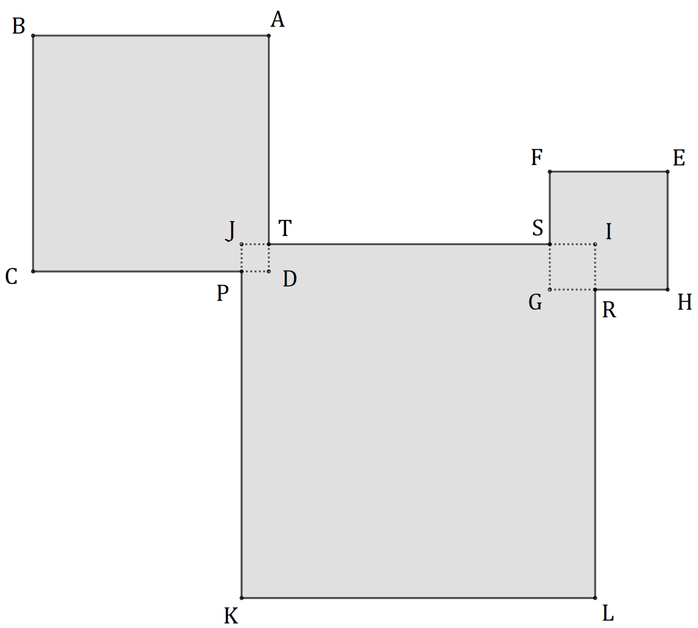
3. Koliko ima prirodnih brojeva oblika $\overline{2025abc}$ koji su djeljivi s 9, a čiji su ostatci pri dijeljenju brojem 2 i brojem 5 međusobno jednaki?

4. Na gradskom trgu postavljen je mozaik od jednakih pločica oblika pravilnog šesterokuta. U prvom je koraku na središtu trga postavljena jedna bijela pločica. U drugom su koraku oko nje postavljene crne pločice, njih šest. U trećem su koraku oko njih postavljene bijele pločice, itd. U svakom su sljedećem koraku oko prethodno postavljenih pločica postavljene pločice druge boje, naizmjence bijele i crne boje. Slika prikazuje izgled mozaika nakon pet koraka.



Postupak je nastavljen na opisani način dok nije provedeno ukupno 2025 koraka. Time je mozaik dovršen. Za koliko je broj bijelih pločica u gotovom mozaiku veći od broja crnih pločica?

5. Na veliki papir zalijepljeni su kvadrati $ABCD$, $EFGH$ i $IJKL$ kao što je prikazano na slici. Stranica kvadrata $ABCD$ dva je puta dulja od stranice kvadrata $EFGH$. Stranica kvadrata $IJKL$ tri je puta dulja od stranice kvadrata $EFGH$. Točke u kojima se sijeku rubovi kvadrata točke su P, R, S i T. Presjek kvadrata $ABCD$ i $IJKL$ kvadrat je $TJPD$ površine 9. Presjek kvadrata $IJKL$ i $EFGH$ kvadrat je $ISGR$ površine 25. Ako je opseg lika $ABCPKLRHEFST$ jednak 280, odredi površinu toga lika.



Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

6. razred – osnovna škola

14. ožujka 2025.

Svaki od pet zadataka vrijedi 10 bodova. Osim konačnoga rezultata boduje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke. Nije dopuštena uporaba džepnoga računala ni bilo kakvih priručnika.

1. Marko je s balkona pustio loptu da pada prema ravnome tlu. Nakon svakoga odbijanja od tla lopta odskoči i dosegne $\frac{2}{5}$ prethodne visine. Ako je u trećemu odskoku dostigla visinu od 80 cm, odredi u metrima duljinu ukupnoga puta koji će lopta prijeći od trenutka kad ju je Marko ispustio do trenutka kad peti put dodirne tlo.

2. Neka je $ABCD$ kvadrat duljine dijagonale 10 cm. Pravokutnici $ACEF$, $AKLC$, $BDGH$ i $BMND$ sukladni su i dulja stranica im je za 60 % dulja od stranice duljine 10 cm. Unija tih četiriju pravokutnika lik je u obliku križa. Odredi opseg i površinu toga lika.

3. Na dužini $\overline{AB}$, počevši od točke A, odabrane su redom točke C, D i E tako da je dužina $\overline{CD}$ za 6 cm dulja od $\frac{1}{8}$ dužine $\overline{AC}$, dužina $\overline{DE}$ za 2 cm kraća je od $\frac{1}{2}$ dužine $\overline{AC}$, a duljina dužine $\overline{EB}$ jest $\frac{3}{8}$ duljine dužine $\overline{AC}$. Kolika je duljina dužine $\overline{AB}$ ako je udaljenost polovišta dužina $\overline{CD}$ i $\overline{EB}$ jednaka 13 cm?

4. Ana ima četiri kuglice različitih boja: plavu, crvenu, zelenu i žutu. Treba ih rasporediti u kutije označene brojevima od 1 do 5 tako da su u jednoj kutiji najviše dvije kuglice. Na koliko načina Ana može rasporediti kuglice u kutije?

5. Neka su a, b, c i d prirodni brojevi za koje vrijedi

$$a < b < c < d \quad \text{i} \quad V(a,b,c,d) = 120.$$

Najmanji od tih brojeva ima dva djelitelja, a svaki sljedeći dva djelitelja više nego prethodni. Ako je još poznato da vrijedi $V(a,b) = b$, $V(a,c) = c$, $V(a,d) = d$ i $V(b,d) \neq d$, odredi sve mogućnosti za četvorku brojeva (a,b,c,d).

$V(a,b,c,d)$ je najmanji zajednički višekratnik brojeva a, b, c i d.

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

7. razred – osnovna škola

14. ožujka 2025.

Svaki od pet zadataka vrijedi 10 bodova. Osim konačnoga rezultata boduje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke. Nije dopuštena uporaba džepnoga računala ni bilo kakvih priručnika.

1. Tri volontera za dva sata napune 40 vreća s pijeskom za obranu od poplave. Za koliko bi sekunda 16 volontera napunilo 60 takvih vreća ako cijelo vrijeme rade istom brzinom?

2. Dunja, Višnja i Jagoda jele su voćnu tortu. Dunja je pojela 20 % više od Višnje, a Jagoda 25 % manje od Dunje. Nisu sve mogle pojesti, pa je ostao komad torte. Da je Dunja pojela 25 % više, Višnja 20 % više, a Jagoda 100 % više od onoga što je pojela, ne bi ostalo ništa. Koliki je udio torte svaka djevojčica pojela i koliko je ostalo? Odgovore zapiši u obliku razlomka.

3. Za prirodne brojeve a i b vrijedi

$$a + ab + b = 441.$$

Odredi sve mogućnosti umnoška ab.

4. Na produžetku stranice $\overline{AB}$ trokuta ABC preko vrha B označena je točka A' takva da je $|AB| = |BA'|$. Na produžetku stranice $\overline{BC}$ trokuta ABC preko vrha C označena je točka B' takva da je $|BC| = |CB'|$, a na produžetku stranice $\overline{CA}$ trokuta ABC preko vrha A označena je točka C' takva da je $|CA| = |AC'|$. Koliko je puta površina trokuta $A'B'C'$ veća od površine trokuta ABC?

5. U tablicu s 3 retka i n stupaca treba upisati brojeve na sljedeći način:

- u svakome od triju redaka moraju biti napisani svi prirodni brojevi od 1 do n,
- zbroj brojeva u svakome stupcu mora biti jednak.

a) Pokaži da n ne može biti 10.
b) Odredi broj takvih rasporeda ako je $n = 5$.

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i mladih Republike Hrvatske
Agencija za odgoj i obrazovanje
Hrvatsko matematičko društvo

ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

8. razred – osnovna škola

14. ožujka 2025.

Svaki od pet zadataka vrijedi 10 bodova. Osim konačnoga rezultata boduje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke. Nije dopuštena uporaba džepnoga računala ni bilo kakvih priručnika.

1. Odredi vrijednost izraza

$$(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{x+y})(\sqrt{x}-\sqrt{y}-\sqrt{x+y})(\sqrt{x}+\sqrt{y}-\sqrt{x+y})(\sqrt{x}-\sqrt{y}+\sqrt{x+y})$$

za $x = 0.05$ i $y = 5$.

2. Duljina stranice pravilnoga šesterokuta $ABCDEF$ jest 8. Izračunaj površinu trokuta DFG ako je točka G sjecište pravaca AB i CD.

3. Svako od polja tablice 3×3 treba obojiti u crvenu, bijelu ili plavu boju te u svako polje treba upisati jedan od brojeva 1, 2 ili 3. Na koliko je različitih načina to moguće učiniti tako da u svakome stupcu i svakome retku polja budu obojena s tri različite boje i u njih budu upisana tri različita broja?

4. Duljina stranice jednakostraničnog trokuta ABC jest 18. Nad stranicom $\overline{AB}$ izvan trokuta konstruirana je polukružnica. Točka D pripada polukružnici i dijeli je u omjeru $2:1$. Izračunaj udaljenost točke C i sjecišta pravca DC sa stranicom $\overline{AB}$.

5. Može li zbroj prvih n prirodnih brojeva biti jednak zbroju kvadrata triju uzastopnih prirodnih brojeva?