

HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

drugo kolo – srijeda, 9. listopada 2024.

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Kako bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadaci za grupu A (4./5. razred)

1. Neka su A, B, C, D, E i F različite znamenke za koje vrijedi

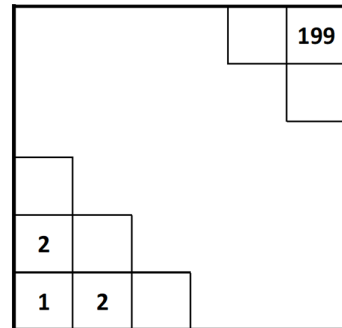
$$\begin{array}{|c|c|} \hline A & A \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline A \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline B & B \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline B \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline C & D \\ \hline \end{array}$$

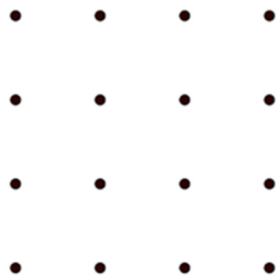
$$\begin{array}{|c|c|} \hline C & C \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline C \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline E & F \\ \hline \end{array}$$

Koliko je $\begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline C & D \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline E & F \\ \hline \end{array}$?

2. U tablicu 100×100 upisani su prirodni brojevi tako da se brojevi u susjednim poljima razlikuju za 1. Susjedna polja su ona koja imaju zajedničku stranicu. U donje lijevo polje upisan je broj 1, u njemu susjedna polja broj 2 i tako dalje, do gornjeg desnog polja u koje je upisan broj 199. Odredi zbroj svih brojeva upisanih u tablicu.



3. U kvadratnoj mreži na slici najbliže su točke udaljene 2 cm. Skiciraj pet kvadrata različitih veličina s vrhovima u toj mreži, a zatim odredi njihove površine.

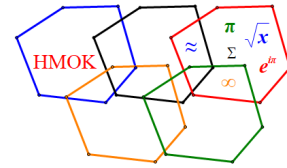
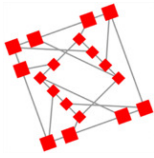


4. Troje učenika petog razreda i četvero učenika četvrtog razreda koji su odabrani za sudjelovanje na ekipnom matematičkom natjecanju trebaju se podijeliti u dvije ekipe - Gru i Malci. U jednoj ekipi trebaju biti tri, a u drugoj četiri učenika. U svakoj ekipi treba biti barem jedan učenik petog razreda. Na koliko se načina učenici mogu podijeliti u ekipe?

5. Vedran je zamolio prijatelje da zamisle dvoznamenkasti broj. Zatim im je davao upute:

- dodaj zamišljenom broju 42
- pomnoži dobiveni rezultat s 20
- dodaj tom rezultatu broj koji si zamislio
- podijeli dobiveni broj sa 7
- dodaj 80.

Kada je čuo da je Mirela dobila broj 311, a Nikola broj 443, Vedran je odmah odredio koje su brojeve zamislili. Možeš li i ti odrediti te brojeve? Objasni na koji način Vedran određuje zamišljene brojeve.



HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

drugo kolo – srijeda, 9. listopada 2024.

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Kako bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadatci za grupu B (5./6. razred)

1. Neka su A, B, C, D, E i F različite znamenke za koje vrijedi

$$\begin{array}{|c|c|} \hline A & A \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline A \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline B & B \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline B \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline C & D \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline C & C \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline C \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline E & F \\ \hline \end{array}$$

Koliko je $\begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline C & D \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline E & F \\ \hline \end{array}$?

2. Neka je $ABCD$ kvadrat. Točka E pripada stranici \overline{BC} i vrijedi $|BE| = \frac{1}{5}|BC|$, a točka F pripada stranici \overline{CD} i vrijedi $|FC| = \frac{4}{5}|CD|$. Ako površina trokuta AEF iznosi 5292 cm^2 , koliki su opseg i površina kvadrata $ABCD$?

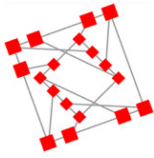
3. U nizu od deset prirodnih brojeva treći i svaki sljedeći član niza jednak je zbroju dvaju prethodnih članova, a sedmi član niza je 184. Dokaži da je u svakom takvom nizu zbroj prvih deset članova isti, te odredi taj zbroj.

4. Neka su a, b, c prirodni brojevi za koje vrijedi $15a + 6b = 20c$.

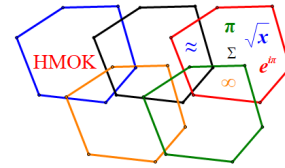
- a) Je li umnožak $a \cdot b \cdot c$ uvijek djeljiv s 30 ?
b) Je li umnožak $a \cdot b \cdot c$ uvijek djeljiv s 20 ?

5. Mario treba odabrati lozinku koja se sastoji od pet znakova među kojima trebaju biti tri znamenke i dva slova hrvatske abecede pri čemu **nisu** svi znakovi različiti.

Koliko ima takvih lozinki?



Hrvatsko matematičko društvo



Hrvatska matematička olimpijada za kadete

HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

drugo kolo – srijeda, 9. listopada 2024.

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Kako bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadatci za grupu C (6./7. razred)

1. Koliko ima međusobno različitih (nesukladnih) raznostraničnih trokuta kojima su duljine svih stranica prirodni brojevi, a duljina najdulje stranice je 100 ?

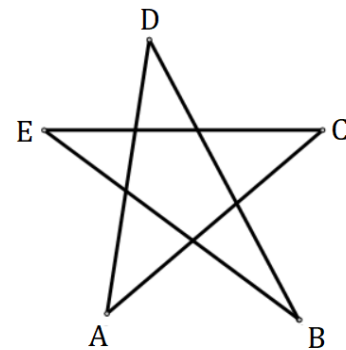
2. U nizu od deset prirodnih brojeva treći i svaki sljedeći član niza jednak je zbroju dvaju prethodnih članova, a sedmi član niza je 184. Koliko ima takvih nizova? Za svaki od njih napiši prva dva člana i odredi zbroj svih deset članova niza.

3. Mario treba odabrati lozinku koja se sastoji od pet znakova među kojima trebaju biti tri znamenke i dva slova hrvatske abecede pri čemu **nisu** svi znakovi različiti. Koliko ima takvih lozinki?

4. Za lik na slici vrijedi

$$|\sphericalangle BEC| = |\sphericalangle ADB|, \quad |\sphericalangle CAD| = |\sphericalangle ECA| \quad \text{i} \quad |CE| = |AD|.$$

Dokaži da je $|BD| = |BE|$.



5. Odredi sve parove prirodnih brojeva a i b za koje je

$$a \cdot b + 102 = 3 \cdot V(a, b) + 36 \cdot D(a, b).$$

$V(a, b)$ je najmanji zajednički višekratnik, a $D(a, b)$ najveći zajednički djelitelj brojeva a i b .