

Zimska radionica 2023/24 - Metoda površina (7.r)

Mea Bombardelli

e-mail: Mea.Bombardelli@math.hr

13. siječnja 2024.

1. Kvadrat $ABCD$ podijeljen na nekoliko dijelova dijagonalom \overline{AC} i dužinama koje spajaju vrhove A i D s polovištem stranice \overline{BC} i dužinom koja spaja vrh B s polovištem stranice \overline{AD} . Ako površina kvadrata iznosi P , odredi površine tih dijelova.
2. Na stranicama \overline{BC} i \overline{CA} trokuta ABC nalaze se točke M i N . Dužine \overline{AM} i \overline{BN} sijeku se u točki O . Dokaži da su površine trokuta AON i BOM jednake ako i samo ako je $MN \parallel AB$.
3. Neka je T točka unutar trokuta ABC te neka AT siječe BC u A_1 i neka BT siječe AC u B_1 . Ako je $P(ABT) = 14$, $P(AB_1T) = 4$ i $P(BA_1T) = 7$, odredi površinu trokuta ABC .
4. Dokaži da težišnice dijele trokut na 6 dijelova jednakih površina.
5. Neka je P točka u unutrašnjosti jednakostraničnog trokuta. Dokaži da je zbroj udaljenosti točke P od stranica trokuta konstantan.
6. Neka je $ABCD$ četverokut, a P , Q , R i S redom polovišta njegovih stranica \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} i \overline{DA} . Odredi omjer površina četverokuta $PQRS$ i $ABCD$.
7. Dan je peterokut $ABCDE$ u kojem je $BC \parallel AD$, $CD \parallel BE$, $DE \parallel AC$ i $AE \parallel BD$. Dokaži da je i $AB \parallel CE$.
8. Neka je $ABCD$ četverokut. Na pravcima AB , BC , CD i DA nalaze se redom točke M , N , P i Q takve da su polovišta dužina \overline{AM} , \overline{BN} , \overline{CP} i \overline{DQ} redom točke B , C , D i A . Odredi omjer površina četverokuta $MNPQ$ i $ABCD$.
9. Unutar trokuta ABC nalazi se točka P . Pravci AP , BP i CP sijeku stranice \overline{BC} , \overline{CA} i \overline{AB} u točkama A_1 , B_1 i C_1 redom. Dokaži da vrijedi
$$\frac{|PA_1|}{|AA_1|} + \frac{|PB_1|}{|BB_1|} + \frac{|PC_1|}{|CC_1|} = 1.$$
10. Na stranicama \overline{BC} , \overline{CA} i \overline{AB} trokuta ABC dane su redom točke A_1 , B_1 , C_1 takve da je $|BA_1| = |CB_1| = |AC_1| = \frac{1}{3}|AB|$. Dužine $\overline{AA_1}$, $\overline{BB_1}$ i $\overline{CC_1}$ omeđuju trokut KLM . Koliki je omjer površina trokuta KLM i ABC ?