

Princip zbroja

Ako se jedan događaj može ostvariti na n načina, drugi na m načina tada se barem jedan od njih može ostvariti na $m + n$ načina.

Princip umnoška

Ako se jedan događaj može ostvariti na n načina, drugi na m načina tada se oba događaja istovremeno mogu ostvariti na $m \cdot n$ načina.

Formula uključivanja isključivanja

Za dva konačna skupa A i B vrijedi $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

gdje oznaka $|A|$ označava broj elemenata skupa A .

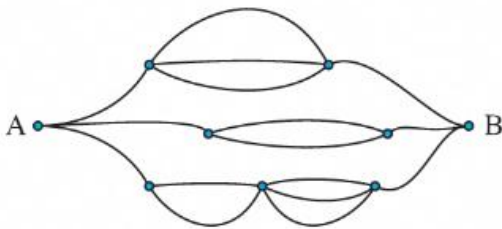
Za tri konačna skupa A, B i C vrijedi $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$.

1. Na koliko se načina može doći od grada **A** do grada **B** prolazeći kroz neke druge gradove (primjerice gradovima **C** i **D** u a) zadatku) koristeći ceste kojima su međusobno povezani.

a)



b)



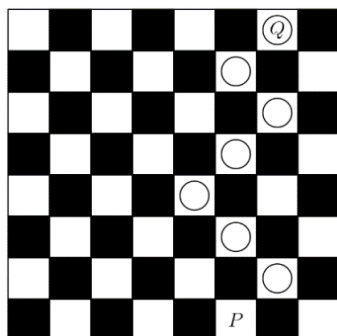
2. Na koliko se načina mogu pročitati riječi TROKUT, LOPTA, KUGLICA krećući se od slova do njemu susjednog slova - ili udesno ili prema dolje?

T R O K U T
 R O K U T
 O K U T
 K U T
 U T
 T

L	O	P
O	P	T
P	T	A

K	U	G	L
U	G	L	I
G	L	I	C
L	I	C	A

3. Ploča za igru ima 64 kvadratna polja koja se izmjenjuju u crnoj i bijeloj boji. Na slici je označen kvadrat P u donjem i kvadrat Q u gornjem redu. Žeton se postavlja na P. U svakom se koraku žeton pomiče na jedno od susjednih bijelih kvadrata u retku iznad. Koliko ima puteva od P do Q s ukupno 7 napravljenih koraka (Slika prikazuje jedan takav put.)



4. Četiri razreda A, B, C, D biraju destinaciju za izlet između 5 ponuđenih. Na koliko načina to mogu učiniti, ako se A razred izjasnio da ne želi na jednu od ponuđenih destinacija?
5. PIN za bankomat sastoji se od četiri znamenke između 0 i 9, s dopuštenim ponavljanjem znamenki. Ako nijedna lozinka ne smije započeti nizom 9,1,1, koliko je ukupno lozinki moguće?
6. Broj se naziva *prevrtljivim* ako se u njegovom dekadskom zapisu izmjenjuju dvije različite znamenke. Na primjer, 2020 i 37373 su *prevrtljivi*, ali 7337 i 123123 nisu. Koliko je peteroznamenkastih *prevrtljivih* brojeva djeljivo sa 6?
7. a) Na koliko načina može 3 osobe sjediti na klupi koja ima 5 mjesta? Na koliko načina je to moguće za 4 osobe, a koliko za 5 osoba?
b) Na koliko načina 5 osoba može sjediti na klupi (s 5 mjesta) tako da Ivica i Marica sjede jedan kraj drugog?
8. Na koliko načina možete obojati logo u obliku pravokutnika, koji ima četiri kvadratića u nizu, koristeći
- a) 4 boje, za svaki kvadratić različitu boju
b) 2 boje
c) 2 različite boje tako da su po dva kvadratića iste boje?



9. Koliko ima četveroznamenkastih brojeva
- a) s različitim znamenkama;
b) s različitim znamenkama, koji završavaju s 0;
c) kojima se znamenka 2 pojavljuje točno 2 puta?
- 10.a) Koliko ima šesteroznamenkastih brojeva koji se mogu zapisati pomoću znamenaka 1, 2, 3, 4 i 5, pri čemu se ne mora koristiti svaka znamenka?
b) Koliko ima šesteroznamenkastih brojeva koji se mogu zapisati pomoću znamenaka 1, 2, 3, 4 i 5, takvih da se svaka znamenka koristi bar jednom? (županijsko 2017., 8. razred)

11. Kažemo da je prirodni broj palindrom ako se jednako čita slijeva nadesno i zdesna nalijevo.
- Koliko ima peteroznamenkastih palindroma djeljivih s 5?
 - Koliko ima peteroznamenkastih palindroma djeljivih s 3? (8r, školsko 2021)
12. U skupini od 40 učenika 22 se bavi košarkom, 26 nogometom, 27 rukometom. 15 učenika trenira košarku i rukomet, 18 nogomet i rukomet, 12 košarku i nogomet. Koliko učenika trenira sva tri sporta?
13. U nekom se gradu čitaju dnevne novine A, B i C. 20% populacije čita novine A, 16% čita B, 14% čita C, 8% čita A i B, 5% A i C, 4% B i C, a njih 2% čita sve tri vrste novina. Koji postotak populacije čita:
- niti jedne od novina A, B, C
 - barem jedne od novina A, B, C
 - točno jedne od novina A, B, C
 - A ili B?
14. Koliko ima prirodnih brojeva ne većih od 1000 koji nisu djeljivi niti s 2, niti s 3, niti s 5?
15. U uži izbor natjecanja iz matematike Povjerenstvo je predložilo 7 računskih i 5 geometrijskih zadataka. Na koliko se načina od tih predloženih zadataka može izabrati 5 zadataka za natjecanje, tako da među njima moraju biti 3 računski i 2 geometrijska zadatka? (Napomena: Poredak izabranih zadataka nije bitan.) (7r, državno 2018.)
16. Provedeno je ispitivanje u kojem je sudjelovalo 420 obitelji. Utvrđeno je da 95% obitelji posjeduje TV, a 80% obitelji posjeduje kompjuter. Nasumično je odabrana jedna obitelj. Ako je poznato da svaka ispitana obitelj ima barem jedan od navedenih uređaja, kolika je vjerojatnost da odabrana obitelj posjeduje kompjuter, ali ne i TV? Vjerojatnost izrazi postotkom. (7r, školsko 2020.)
17. Kutija sadrži pet kartica, označenih brojevima 1, 2, 3, 4 i 5. Iz kutije se nasumično biraju tri kartice bez vraćanja. Kolika je vjerojatnost da je 4 najveća odabrana vrijednost?
18. Ana, Bruna i četvero njihovih kolega iz razreda sjedit će u dva reda po troje za grupnu sliku, kao što je prikazano.
- $$\begin{array}{ccc} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \end{array}$$
- Ako su mjesta za sjedenje dodijeljena nasumično, kolika je vjerojatnost da Ana i Bruna sjede jedna do druge u istom retku ili istom stupcu?
19. Pet različitih knjiga dodjeljuje se trojici učenika. Svaki će učenik dobiti bar jednu knjigu. Na koliko se načina mogu podijeliti knjige?
20. Stigavši kući, profesor Matko je ustanovio da je zaboravio kišobran na jednom od četiriju mjesta koja je toga dana posjetio: banku, poštu, ljekarnu i trgovinu. Ljekarnik je uočio kišobran u ljekarni i znajući profesora, znao je da će on odmah krenuti u potragu za kišobranom. Pitao se na koliko različitih načina profesor može obići ta četiri mjesta, uz pretpostavku da se odmah nakon pronalaska kišobrana vrati kući. O kojem se broju obilazaka radi? (2r, SŠ, školsko 2021.)

1. a) 24 b) 11
2. 32, 6, 20
3. 28
4. 500
5. 9990
6. 16
7. a) 60 b) 48
8. a) 24 b) 6 c) 16
9. a) 63504 b) 504 c) 459
10. a) 15625 b) 1800
11. a) 100 b) 300
12. 10
13. a) 35% b) 65% c) 22%
14. 266
15. 350
16. 5%
17. 0.3
18. 7/15
19. 150
20. 16