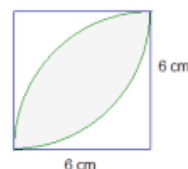


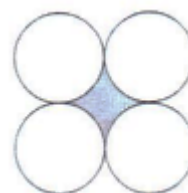
KRUŽNICA I KRUG

1. Odredite površinu osjenčanog dijela kvadrata duljine stranice 6 cm.



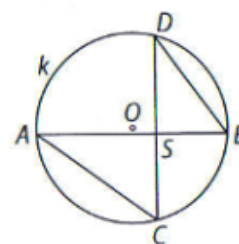
2. Četiri sukladna kruga polumjera 10 cm dodiruju se izvana kao na slici.

Izračunajte površinu osjenčanog dijela.



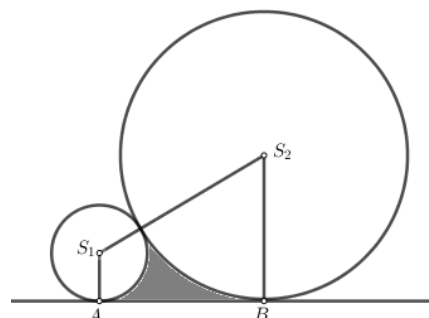
3. Izračunajte polumjer kružnice opisane jednakokračnom trokutu kojemu je osnovica $a = 12$ cm, a krak $b = 10$ cm.

4. Tetive AB i CD su međusobno okomite, Izračunajte njihove duljine ako je $|CS| = 8$ cm, $|AC| = 10$ cm, $|BD| = 8$ cm.



5. Kružnica je upisana u jednakokračan trokut. Diralište dijeli krak tog trokuta u omjeru 7:5 od vrha nasuprot osnovice. Ako je duljina osnovice jednaka 15, koliko iznosi opseg tog trokuta?

6. Kružnice polumjera 1 cm i 3 cm dodiruju se međusobno s iste strane pravca kojeg kružnice dodiruju u točkama A i B. Izračunajte opseg i površinu osjenčanog dijela ako su središta kružnica S_1, S_2 međusobno udaljena 4 cm. (vidi sliku)

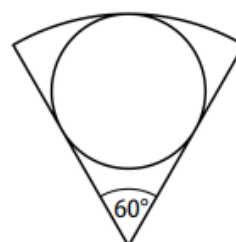


7. U krug površine 100π cm² upisan je trokut čije su duljine stranica u omjeru 5:12:13. Izračunajte površinu tog trokuta.

8. Kružnica je upisana trokutu kojemu su duljine stranica $|AB| = 14$ cm, $|BC| = 13$ cm, $|AC| = 15$ cm. Tangenta paralelna sa stranicom AB siječe stranice BC i AC redom u točkama M i N . Izračunajte duljinu dužine \overline{MN} .

9. Dužina \overline{AB} se iz točaka C i D vidi pod kutom od 30° , a dužina \overline{CD} se iz točaka A i B vidi pod kutom od 60° . Izračunajte duljinu dužine \overline{AB} ako je $|CD| = 10\sqrt{3}$ cm.

10. Izračunajte površinu kruga upisanog u kružni isječak središnjeg kuta 60° i površine 150π cm².

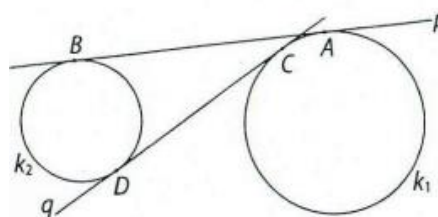


11. Kružnica k_1 sa središtem u S_1 , polumjera r_1 dodiruje iznutra kružnicu k sa središtem u S , polumjera r ($r > 2r_1$) u točki A . Polupravac s početkom u točki S dodiruje kružnicu k_1 u točki C i siječe kružnicu k u točki B . Odredite mjeru kuta BAC .

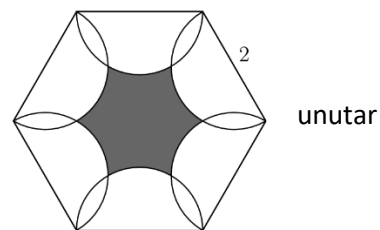
12. Neka je M presjek simetrale unutrašnjeg kuta pri vrhu A i stranice BC trokuta ABC . Ako je središte kružnice upisane trokutu AMB ujedno i središte kružnice opisane trokutu ABC , odredite mjere kutova trokuta ABC .

13. U jednakokrčan pravokutan trokut ABC s kracima $AC = BC = 1$ cm upisana je polukružnica k sa središtem S na kraku AC . Ova polukružnica sadrži vrh C i dira hipotenuzu AB . Odredite polumjer polukružnice.

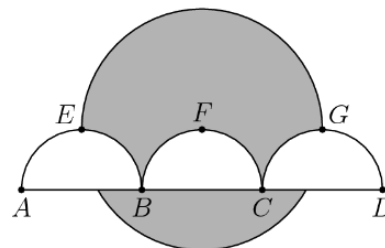
14. Pravac p dira kružnice k_1 i k_2 redom u točkama A i B , a pravac q u točkama C i D (vidi sliku). Ako je polumjer kružnice k_1 jednak 3 cm, a kružnice k_2 2 cm, odredite vrijednost izraza $|AB|^2 - |CD|^2$.



15. Šest polukružnica je konstruirano nad stranicama pravilnog šesterokuta tako da se stranice šesterokuta podudaraju s promjerima polukružnica. Izračunajte površinu osjenčanog dijela šesterokuta, a izvan polukružnica.



16. Izračunajte površinu osjenčanog dijela sa slike. Sve polukružnice su polumjera 1, velika kružnica ima središte u točki F i polumjer 2, a točke E, F, G su na istom pravcu.



17. Dan je jednakostranični trokut ABC . Nad stranicom BC kao promjerom, konstruirana je polukružnica s vanjske strane trokuta. Točke D i E dijele polukružnicu na tri jednaka dijela. Dokažite da dužine AD i AE dijele stranicu BC na tri jednaka dijela.

18. Dan je kvadrat $ABCD$. S vanjske strane kvadrata konstruirane su polukružnice k_1 i k_2 promjera AB odnosno BC . Pravac kroz vrh B siječe k_1 u točki M , a k_2 u točki N . Dokažite da su pravci CM i DN međusobno okomiti.

Rješenja:

1. $(18\pi - 36) \text{ cm}^2$

2. $400 - 100\pi \text{ cm}^2$.

3. $R^2 = (8 - R)^2 + 6^2 \Rightarrow R = 6.25 \text{ cm}$.

4. $|AB| = 12.8 \text{ cm}$, $|CD| = 12.4 \text{ cm}$.

5. $o = 51 \text{ cm}$.

6. $P = 4\sqrt{3} - \frac{11\pi}{6} \text{ cm}^2$.

7. $\frac{12000}{169} \text{ cm}^2$.

8.

$$\frac{14 \cdot v}{2} = \frac{14 \cdot r}{2} + \frac{13 \cdot r}{2} + \frac{15 \cdot r}{2} \Rightarrow v = 3r$$

$$\triangle ABC \square \triangle NMC(KK) \Rightarrow \frac{v}{r} = \frac{14}{x} \Rightarrow x = \frac{14}{3}$$

9. Ako je središte kružnice O , središnji kut COD iznosi 120° , pa je u trokutu COD duljina stranice

$$|CO| = r \Rightarrow \frac{r\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \Rightarrow r = 10 \text{ cm}$$

10. $100\pi \text{ cm}^2$

11. 45°

12. $\alpha = \gamma = 72^\circ, \beta = 36^\circ$.

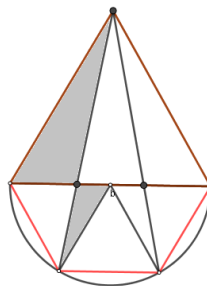
13. $r = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = (\sqrt{2} - 1) \text{ cm}$

14. 24.

15. $3\sqrt{3} - \pi$

16. $2\pi + (4 - \pi) + \left(\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}\right) = \frac{7\pi}{3} - \sqrt{3} + 4$

17. Uputa: pokažite da su osjenčani trokuti slični.



18. Kut nad promjerom je pravi, pa su kutovi

$\angle BMA$ i $\angle CNB$ pravi kutovi. Tada je $\angle ABM = 90^\circ - \angle CBN = \angle BCN$. Slijedi da su trokuti ABM i CBN sukladni, a $|BM| = |CN|$, Tada su sukladni i trokuti MBC i NCD (SKS). Slijedi da je $\angle CDN$ jednak kutu $\angle BCM$, a kako imaju jedan krak tog kuta (BC i CD) međusobno okomit, onda to mora vrijediti i za drugi krak, odnosno pravci CM i DN međusobno su okomiti.

