

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
Poreč, 24. – 26. travnja 2023.

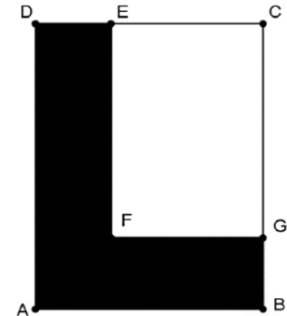
5. razred – osnovna škola

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova. Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

1. U nekoj školi je manje od 300 učenika. U šest razrednih odjeljenja je jednak broj učenika. Ukupan broj učenika u tih šest odjeljenja je veći od 90. Preostalih učenika je 20 % više nego je ukupno u ovih šest razrednih odjeljenja. Koliko je učenika u toj školi?
2. Marko je izvadio sve kovanice iz svoje štedne kasice te ih posložio na stol u jedan red. Prvo je poredao kovanice od 2 eura, a zatim je između svake dvije susjedne kovanice u nizu stavio po jednu kovanicu od 50 centi. Nakon toga je između svake dvije kovanice u nizu na stolu stavio kovanicu od 20 centi. I na kraju je između svake dvije kovanice u novom nizu ubacio kovanicu od 5 centa. Koliko je komada kovanica bilo posloženo na stolu, ako je njihova ukupna vrijednost 95 eura?

3. Na stranicama \overline{BC} i \overline{CD} pravokutnika $ABCD$ dane su redom točke G i E tako da vrijedi $|DE| = |BG|$ i $|DE| = \frac{1}{2}|EC|$. Točka F je unutar pravokutnika $ABCD$ takva da je $CEFG$ također pravokutnik.

Ako je površina šesterokuta $ABGFED$ (obojanog lika na slici) jednaka površini pravokutnika $CEFG$ (neobojanog dijela na slici), koliko puta je \overline{BC} dulja od \overline{DE} ?



4. Neka je

$$n = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999 \dots 999}_{99 \text{ znamenaka}}$$

Odredi broj i zbroj znamenaka broja n .

5. Na nogometnom turniru sudjelovalo je 10 ekipa koje su igrale svaka protiv svake točno jednom. Za pobjedu ekipa dobiva 3 boda, za poraz 0 bodova, a kod neriješenog rezultata svaka ekipa dobiva po 1 bod. Na kraju je izračunat ukupan broj bodova za svaku ekipu. Označimo s M najveći od tih brojeva, a s m najmanji od tih brojeva.
 - a) Ako je ukupni broj bodova svih ekipa jednak 98, koliko najviše može iznositi M ?
 - b) Ako je ukupni broj bodova svih ekipa jednak 98 i $M = 19$, koliko može iznositi m ?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

Poreč, 24. – 26. travnja 2023.

6. razred – osnovna škola

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova. Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

1. Dokaži da je zbroj $1^{2023} + 2^{2023} + 3^{2023} + 4^{2023} + 5^{2023}$ djeljiv s 5, ali nije s 10.
2. Zbroj uzastopnih prirodnih brojeva je 2023. Koliko pribrojnika može imati taj zbroj?
3. Koje je godine rođena Lovrina teta koja je 1999. navršila onoliko godina koliki je dvostruki zbroj znamenki godine njezinog dvadesetog rođendana?
4. U jednakokračnom trokutu ABC kut nasuprot osnovice \overline{AB} je veličine 80° . Na visini na osnovicu tog trokuta odabrana je točka D tako da je $|\angle DBA| = 30^\circ$. Na dužini \overline{BD} odabrana je točka T tako da je $|\angle TAD| = 20^\circ$. Odredi veličinu kuta $\angle TCA$.
5. Ema, Filip i Goga podijelili su određenu svotu novaca. Ema je dobila 56 € i četvrtinu ostatka novaca. Nakon toga Filip je od preostale svote dobio 78 € i četvrtinu novog ostatka. Na kraju je Goga od preostale svote dobila 90 € i četvrtinu novog ostatka. Kako Ema, Filip i Goga trebaju podijeliti preostalih 108 € da svatko od njih dobije jednaku svotu novaca?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

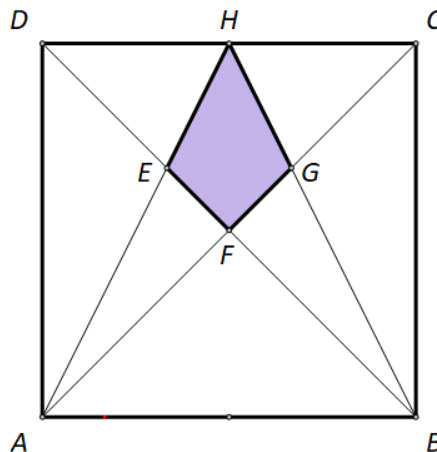
DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

Poreč, 24. – 26. travnja 2023.

7. razred – osnovna škola

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova. Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

1. Odredi sve uređene parove (a, b) cijelih brojeva za koje je $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{5}$.
2. Neka je H je polovište stranice \overline{CD} kvadrata $ABCD$ površine 36 cm^2 . Točka F je sjecište dijagonala \overline{AC} i \overline{BD} , točka E je sjecište dužina \overline{AH} i \overline{BD} , a točka G je sjecište dužina \overline{AC} i \overline{BH} . Odredi površinu četverokuta $EFGH$.



3. Koliko ima peteroznamenastih prirodnih brojeva kojima je zbroj količnika i ostatka pri dijeljenju sa 10 djeljiv s 11?
4. Humanitarno je društvo od prodaje 150 karata za dobrotvornu predstavu zaradilo 2023 €. Više od 100 karata prodano je po punoj cijeni, koja ima cjelobrojni iznos. Preostale su karte prodane „u pola cijene“. Kolika je zarada od karata prodanih po punoj cijeni?
5. Na tetivi \overline{AB} kružnice k nalazi se točka C tako da je $|AC| = 2 \cdot |CB|$. Tetiva \overline{DE} kružnice k okomita je na tetivu \overline{AB} i siječe ju u točki C . Ako je F polovište dužine \overline{AC} , dokaži da je $DF \perp AE$ i $EF \perp AD$.

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE

Poreč, 24. – 26. travnja 2023.

8. razred – osnovna škola

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova. Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Da bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

1. Na raspolaganju imamo dvije legure bakra i cinka. Omjer mase bakra i cinka u jednoj je leguri $5 : 2$, a u drugoj $3 : 4$. Koliko kilograma od svake legure valja uzeti kako bismo načinili 35 kg nove legure s jednakom količinom bakra i cinka u njoj?
2. Četverokut $ABCD$ ima paralelne stranice \overline{AB} i \overline{CD} i vrijedi $|AB| = 25$ cm, $|CD| = 11$ cm, $|BC| = 15$ cm i $|AD| = 13$ cm. Dokaži da je $|\angle ACB| = 90^\circ$.
3. Površina trokuta $\triangle ABC$ je 27. Na stranici \overline{BC} izabrana je točka D kojom prolaze pravci paralelni sa stranicom \overline{AB} i stranicom \overline{AC} . Stranicu \overline{AB} pravac siječe u točki E , stranicu \overline{AC} u točki F , a razlika površina trokuta $\triangle EBD$ i $\triangle FDC$ je 9. Izračunaj površine trokuta $\triangle EBD$ i $\triangle FDC$.
4. Odredi sve prirodne brojeve k koji se mogu prikazati kao razlika kvadrata dva prirodna broja.
5. Koliko ima djelitelja broja 30^{30} koji završavaju s točno 15 nula?

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.