

HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

drugo kolo – srijeda, 23. lipnja 2021.

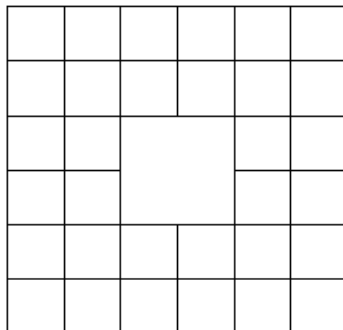
Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Kako bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

Zadaci za 5. razred

1. U lancu brojeva svaki je broj, nakon prvog, jednak umnošku znamenaka prethodnog broja, a lanac se nastavlja sve do jednoznamenkastog broja. Na primjer: $63 \rightarrow 18 \rightarrow 8$. U lancu mogu biti dva ili više brojeva. Odredi sve dvoznamenkaste prirodne brojeve koji mogu biti na početku lanca koji završava brojem 6.

2. Koliko je pravokutnika na slici?



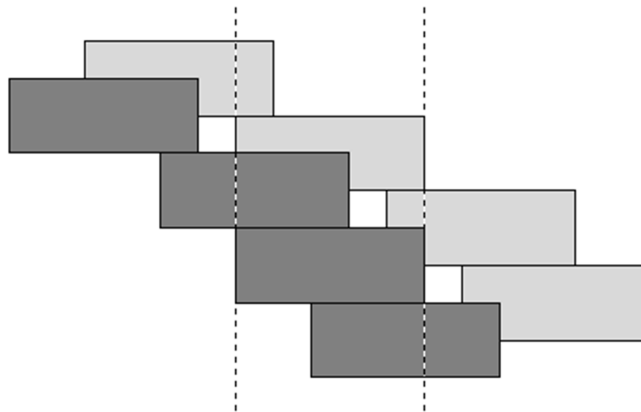
3. Polja ploče koja ima 25 redaka i 125 stupaca obojena su naizmjenice crno i bijelo (poput polja na šahovskoj ploči), a na nju se postavljaju figure skakavca koje napadaju po posebnim pravilima. Skakavac koji se nalazi na bijelom polju napada sva bijela polja u istom retku i sva crna polja u istom stupcu, a skakavac koji se nalazi na crnom polju napada sva crna polja u istom retku i sva bijela polja u istom stupcu (čak i ako se između nalazi druga figura). Odredi najveći broj skakavaca koje je moguće smjestiti na ploču tako da se međusobno ne napadaju.

4. Neka je $ABCD$ kvadrat, a točke E i F redom polovišta stranica \overline{BC} i \overline{CD} . Dijagonala \overline{BD} tog kvadrata siječe dužine \overline{AE} i \overline{AF} redom u točkama G i H . Dokaži da je površina peterokuta $CFHGE$ jednaka zbroju površina trokuta ABG i AHD .

Okreni list !

5. Četiri svijetlo siva i četiri tamno siva papira oblika pravokutnika imaju stranice istih duljina koje su, izražene u centimetrima, prirodni brojevi. Papiri su postavljeni na stol jedan do drugog tako da se svaki dodiruje s jednim ili dva susjedna papira iste boje duž dijela svoje dulje stranice. Na taj način nastali svijetlo sivi i tamno sivi lik djelomično su preklopljeni i pritom:

- na tri su mjesta između tih likova praznine oblika kvadrata površine 1 cm^2 ,
- drugi svijetlo sivi i treći tamno sivi papir postavljeni su tako da im kraće stranice pripadaju istim pravcima.



Najmanji pravokutnik koji možemo opisati oko tako postavljenih papira, a da mu stranice budu paralelne stranicama papira, ima opseg 200 cm . Koliko je mogućih dimenzija papira? Odredi najveću moguću površinu pojedinog papira.