

# Državno natjecanje iz matematike 2021.

## Bodovne sheme

### Drugi razred

#### 1. zadatak

Zbrajanje ili oduzimanje početnih jednadžbi.	2 boda
Svođenje na kvadratnu jednadžbu s jednom nepoznicom.	5 bodova
Rješavanje kvadratne jednadžbe.	2 boda
Konačan rezultat.	1 bod

#### 2. zadatak

Dokaz da vrijedi $\left(\frac{c}{a} + \frac{c}{b}\right)^2 > 8$ .	5 bodova
(Bez dokaza stroge nejednakosti vrijedi samo 4 boda)	
Dokaz da $\left(\frac{c}{a} + \frac{c}{b}\right)^2$ nije prirodan broj.	5 bodova
Napomene za djelomično bodovanje:	
- a,b,c su relativno prosti vrijedi 1 bod,	
- slučaj a=b=1 nije moguć vrijedi 1 bod,	
- kontradikcija iz pretpostavke da izraz iz zadatka nije prirodan broj vrijedi 3 boda.	

#### 3. zadatak

Zaključak da je trokutCDE pravokutan.	2 boda
$ CD = BD $	1 bod
$ EB ^2 =  EA  *  EC $	1 bod
$ EB  = \sqrt{33}$	2 boda
Primjena Pitagorina na poučka na trokut CDE:	
$ CD ^2 + ( BD + EB )^2 = 11^2$ .	1 bod
$ CD ^2 + ( CD  + \sqrt{33})^2 = 11^2$	1 bod
$ CD  =  BD  = \frac{1}{2} * (\sqrt{209} - \sqrt{33})$	1 bod
Tražena površina iznosi 22.	1 bod

#### 4. zadatak

Dokaz da je  $a \leq 2$ .

5 bodova

Od toga, dokaz da je  $c$  paran ili oblika  $4k+2$  vrijedi 1 bod, a dokaz da su  $a$  i  $b$  iste parnosti vrijedi 1 bod.

Rješavanje slučaja  $a=1$ .

1 bod

Rješavanje slučaja  $a=2$ .

4 boda

Od toga, pronalazak konačnog rješenja vrijedi 1 bod, a faktorizacija 1 bod.

#### 5. zadatak

Dokaz da se maksimalni broj bombona poveća za najviše 1 tijekom cijele igre.

4 boda

Od toga, dokaz da se maksimalni broj bombona poveća za najviše 1 u jednom potezu vrijedi 2 boda.

Dokaz da minimalni broj bombona raste (potpun argument koji uključuje niz minimalnih količina bombona).

5 bodova

Završni argument.

1 bod

Dodatne napomene:

Ako se nije eksplicitno pazilo na inkremenet jednog bombona u svakom koraku, oduzimalo se po 2 boda u svakom dijelu rješenja.

Ako se dokazuje smanjenje broja bombona kod djeteta s maksimalno bombona, a ne smanjenje maksimalnog broja bombona kod proizvoljno djeteta (i analogno kod dokazivanja tvrdnje za minimalno bombona, oduzimalo se 1 bod u svakom dijelu rješenja.