

Državno natjecanje iz matematike 2021.

Bodovne sheme za 8. razred

Bodovanje 1. zadatka

Okomitost tangenti u diralištu (na slici ili izrijekom) 1 bod
Izračun duljina kateta $r\sqrt{3}$ 3 boda
(Ako se u računu koristi jednakost površina, dokaz sukladnosti trokuta obvezan za 1 bod.)

Površine kružnih isječaka i četverokuta HKIJ 3 boda

(Ako se koristi svojstvo polovice jednakostraničnog trokuta dokaz obvezan za 1 bod, a ako se koristi svojstvo zbroja nasuprotnih kutova u četverokutu obvezno ga je prije primjene u računu navesti za 1 bod.)

Izračun površine traženog dijela ravnine 1 bod

Omjer površina 2 boda

Bodovanje 2. zadatka

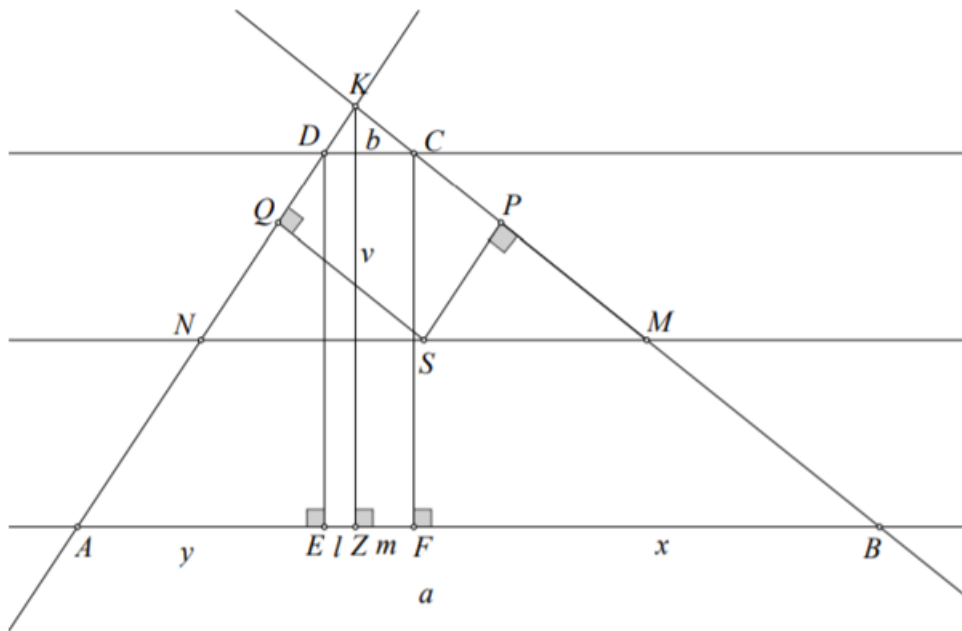
Za dokazanu tvrdnju dobiva 10 bodova, a svi oni koji tvrdnju nisu dokazali, iako imaju točno rješenje, najviše su mogli dobiti 5 bodova. Pritom su se s manjim brojem bodova vrednovali elementi poput točnog rješenja, tvrdnje da je $10b = a$ bez dokaza, prikaza funkcije jedne varijable proizašlog iz početnog uvjeta, analize umnoška $a(1 - a)$ i tvrdnje da je taj umnožak maksimalan kad je $a = 1 - a$ bez dokaza, kao i neki drugi elementi.

Bodovanje 3. zadatka

Određivanje potpunog sustava kvadratnih ostataka pri dijeljenju s 5 ili 10 3 boda

Korištenje toga da bi se, pomoću Pitagorinog poučka, dokazala tvrdnja 7 bodova

Bodovanje 4. zadatka



Iz uvjeta zadatka slijedi da je četverokut $ABCD$ trapez, a na osnovu zadanih podataka izračuna se duljina njegove srednjice \overline{MN} i zbroj duljina a i b njegovih osnovica \overline{AB} i \overline{CD} , što se boduje jednim bodom.

Nadalje, trokuti $\triangle SMP$ i $\triangle NSQ$ su pravokutni, primjenom Pitagorinog poučka izračuna se duljina nepoznate katete za svaki od njih te se na osnovu poučka S-S-S dokazuje njihova sukladnost, što se boduje jednim bodom.

Na osnovu te sukladnosti i činjenice da kutovi $\sphericalangle QSN$, $\sphericalangle PSQ$ i $\sphericalangle MSP$ zajedno čine ispruženi kut zaključuje se da je četverokut $QSPK$ pravokutnik, odnosno da je kut $\sphericalangle BKA$ pravi, što se boduje jednim bodom.

Crtanjem okomica iz točaka C i D na stranicu \overline{AB} dobiju se nožišta E i F . Poučkom K-K dokazuje se sličnosti trokuta $\triangle AED$ i $\triangle NSQ$ te $\triangle FBC$ i $\triangle NSQ$ i na osnovu omjera sličnosti računaju se duljine odsječaka $|AE| = y$ i $|FB| = x$, što se boduje s dva boda.

Kako je $x + b + y = a$, računa se razlika duljina osnovica trapeza $ABCD$ što sa zbrojem njihovih duljina određuje sustav iz čega se dobiju njihove duljine, što se boduje jednim bodom.

Poučkom K-K dokazuje se sličnosti trokuta $\triangle DCK$ i $\triangle NSQ$ i na osnovu omjera sličnosti računaju se duljine kateta \overline{DK} i \overline{CK} trokuta $\triangle DCK$, što se boduje s dva boda.

Računa se površina trokuta $\triangle DCK$, što se boduje jednim bodom.

Površina trokuta $\triangle ABK$ dobije se kao zbroj površina trokuta $\triangle DCK$ i trapeza $ABCD$, što se boduje jednim bodom.

Napomena: Umjesto računanja površine trokuta $\triangle DCK$, nakon određenih duljina osnovica trapeza $ABCD$ poučkom K-K dokazuje se sličnost trokuta $\triangle ABK$ i $\triangle DCK$ te iz omjera sličnosti određuje duljina visine trokuta $\triangle DCK$. Odgovarajuća visina trokuta $\triangle ABK$ dulja je 8 cm pa se računa njegova površina, što se boduje s četiri boda.

Bodovanje 5. zadatka

- | | |
|--------|----------|
| a) dio | 2 boda |
| b) dio | 5 bodova |
| c) dio | 3 boda |

Za ostvarivanje navedenih bodova potreban je potpun matematički (posve općenit) dokaz tvrdnji u pojedinim dijelovima zadatka.