

Županijsko natjecanje iz matematike 2021.

Dodatne bodovne sheme

Prvi razred, treći zadatak

Zapis $(n - 1)^3 + n^3 + (n + 1)^3$ u obliku $3n^3 + 6n$.	4 boda
Zbrajanje sve tri jednadžbe i iskorištavanje ovog zapisa.	2 boda
Oduzimanje trostruke druge jednadžbe od tog zbroja.	3 boda
Konačan rezultat.	1 bod

Drugi razred, treći zadatak

Pronalaženje preostalih nultočki i zapis funkcija.	2 boda
Definiranje funkcije g kao umnožak funkcija iz zadatka i pronalaženje stacionarnih točaka deriviranjem.	4 boda
Diskusija o ekstremima, utvrđivanje gdje se postiže maksimum, te da se u oba lokalna maksimuma postiže ista vrijednost.	3 boda
Konačno rješenje.	1 bod

Treći razred, drugi zadatak

Zapis jednadžbe kao kvadratne u jednoj od varijabli.	2 boda
Faktorizacija diskriminante $D = -4(b-2)^2(b-3)^2$.	3 boda
Zaključak da diskriminanta mora biti nula.	3 boda
Rješenja.	2 boda

Treći razred, treći zadatak

Dokaz da je ABC jednakokračan trokut.	2 boda
Jednakost kutova ABC i ADC.	1 bod
Trokuti ABC i CDO su slični.	5 bodova
Zaključak (iz sličnosti izveden identitet koji se traži).	2 boda

Četvrti razred, peti zadatak

Prvo dodatno rješenje

Točke A', O i M su kolinearne.	1 bod
Dokaz sličnosti trokuta APM' i A'MM'.	2 boda
Zaključak o jednakosti kutova $\angle APM'$ i $\angle A'MM'$.	1 bod
Dokaz jednakosti kutova $\angle OPM$ i $\angle OMP$.	1 bod
Zaključak da je trokut OPM jednakokračan, te da je $ OM = OP =R/2$.	2 boda
Zaključak da je A'BC jednakokračan.	2 boda
Konačni zaključak iz tetivnog četverokuta ABA'C.	1 bod

Četvrti razred, peti zadatak

Drugo dodatno rješenje

Točke A', O i M su kolinearne.	1 bod
Izražen odnos kutova $\angle AA'O$, $\angle POM$, $\angle PMO$ i $\angle OPM$.	4 boda
Zaključak da je trokut OPM jednakokračan, te da je $ OM = OP =R/2$.	2 boda
Zaključak da je A'BC jednakokračan.	2 boda
Konačni zaključak iz tetivnog četverokuta ABA'C.	1 bod