

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
17. veljače 2021.

7. razred - rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $20 : 21 = 0.952380\ 952380 \dots$ 2 BODA

```

200
189
 110
105
  50
42
  80
63
 170
168
 200
  ...
    
```

$\frac{20}{21} = 0.\dot{9}5238\dot{0}$ 1 BOD

Period ima 6 znamenki, pa podijelimo 2 021 sa 6:

$2\ 021 : 6 = 336$ i ostatak 5 1 BOD

```

22
41
5
    
```

2021. znamenka iza decimalne točke je 5. znamenka perioda. 1 BOD

2021. znamenka iza decimalne točke je znamenka 8. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

2. Prvi način:

Učenik može zadatak rješavati metodom tablica.

		apscisa			ordinata		
		2	-3	0	2	-3	5
ordinata	A						
	B						
	C						
	2						
	-3						
	5						

Nijedna točka nije u III. kvadrantu, znači da nije moguća kombinacija negativne apscise i negativne ordinata.

		apscisa			ordinata		
		2	-3	0	2	-3	5
	A						
	B						
	C						
ordinata	2						
	-3		-				
	5						

Točka A ne pripada koordinatnoj osi, znači da točka A ne može imati apscisu 0.

		apscisa			ordinata		
		2	-3	0	2	-3	5
	A			-			
	B						
	C						
ordinata	2						
	-3		-				
	5						

Ordinata točke B jednaka je zbroju ordinata preostalih dviju točaka. Jedina moguća ordinata za točku B je 2 jer je $-3 + 5 = 2$.

		apscisa			ordinata		
		2	-3	0	2	-3	5
	A			-	-		
	B				+	-	-
	C				-		
ordinata	2						
	-3		-				
	5						

Apscisa točke C jednaka je ordinati točke B. Znači da je apscisa točke C jednaka 2.

		apscisa			ordinata		
		2	-3	0	2	-3	5
	A	-		-	-		
	B	-			+	-	-
	C	+	-	-	-		
ordinata	2						
	-3		-				
	5						

Iz tablica se lako može očitati da je apscisa točke B jednaka 0, a apscisa točke A jednaka -3 .

		apscisa			ordinata		
		2	-3	0	2	-3	5
	A	-	+	-	-		
	B	-	-	+	+	-	-
	C	+	-	-	-		
ordinata	2						
	-3		-				
	5						

Prema tome, točka B ima koordinate $B(0, 2)$.

		apscisa			ordinata		
		2	-3	0	2	-3	5
	A	-	+	-	-		
	B	-	-	+	+	-	-
	C	+	-	-	-		
ordinata	2	-	-	+			
	-3		-	-			
	5			-			

Koordinate točaka su $A(-3, 5)$ i $C(2, -3)$.

		apscisa			ordinata		
		2	-3	0	2	-3	5
	A	-	+	-	-	-	+
	B	-	-	+	+	-	-
	C	+	-	-	-	+	-
ordinata	2	-	-	+			
	-3	+	-	-			
	5	-	+	-			

- za svaku točno određenu koordinatu svake točke treba dodijeliti po 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

Učenik može zapisati svih 9 mogućih uređenih parova i eliminacijom odrediti da su tražene točke:

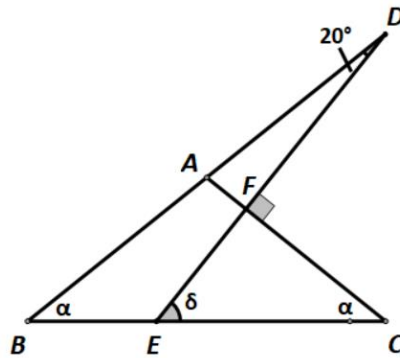
$A(-3, 5)$, $B(0, 2)$, $C(2, -3)$.

- za svaku točno određenu koordinatu svake točke treba dodijeliti po 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Prvi način:

Neka su α veličine kutova uz osnovicu \overline{BC} .



Tada vrijedi:

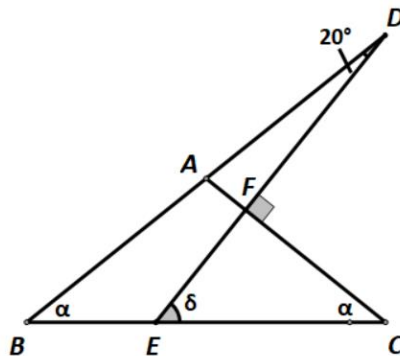
- (1) $\alpha + \delta = 90^\circ$ u pravokutnom trokutu $\triangle ECF$. 2 BODA
- (2) $\delta = \alpha + 20^\circ$ jer je δ vanjski kut trokuta $\triangle BED$. 2 BODA

Iz (1) i (2) slijedi: $\delta - 20^\circ = 90^\circ - \delta$, odnosno $\delta = 55^\circ$. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

Neka su α veličine kutova uz osnovicu \overline{BC} .



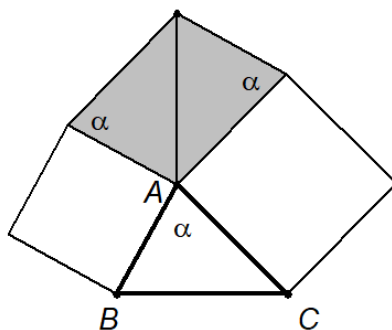
Trokut $\triangle AFD$ je pravokutan pa je $|\angle FAD| = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$. 2 BODA

$\angle FAD$ je vanjski kut jednakokravnog trokuta $\triangle ABC$ pa su kutovi uz osnovicu veličine $\alpha = 70^\circ : 2 = 35^\circ$. 2 BODA

U pravokutnom trokutu $\triangle CFE$ veličina kuta $\delta = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$. 2 BODA

..... UKUPNO 6 BODOVA

4.



Dopunjena skica:

1 BOD

Neka je kut u trokutu između stranica duljine 4 cm i 5 cm veličine α .

Tada je kut paralelograma kod vrha zajedničkog s trokutom veličine

$360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - \alpha = 180^\circ - \alpha$, a susjedni kut paralelograma je veličine α .

2 BODA

Dijagonala paralelograma iz vrha zajedničkog s trokutom dijeli paralelogram na dva sukladna trokuta sukladnih trokutu ABC .

1 BOD

Trokuti u paralelogramu su sukladni s trokutom ABC prema poučku SKS jer imaju stranice duljina 4 cm i 5 cm te kut veličine α između tih stranica.

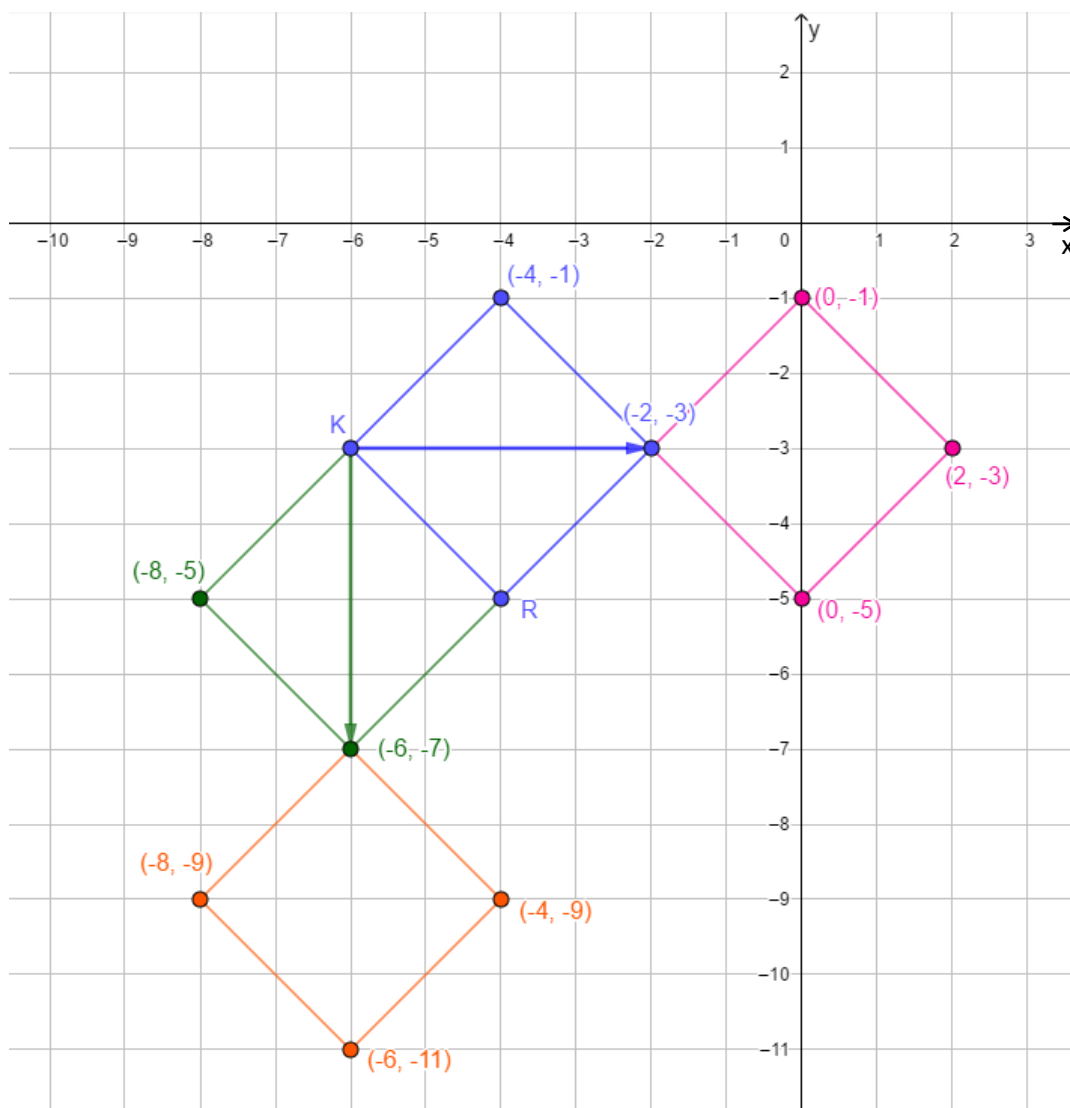
1 BOD

Prema tome, površina osjenčanog paralelograma je $2 \cdot 8 = 16 \text{ cm}^2$.

1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

5.



Za točno ucrtane točke K i R : 1 BOD

Za svake dvije preostale točke koje su dobro ucrtane i zapisane su njihove koordinate treba dodijeliti po 1 BOD, odnosno:

$(-4, -1), (-2, -3), (0, -5), (2, -3), (0, -1), (-8, -5), (-6, -7), (-8, -9), (-4, -9), (-6, -11)$

5 BODOVA

..... UKUPNO 6 BODOVA

6. Označimo s x količinu maslina u tonama koje je prva tvrtka prikupila prve godine.

Tada je druga tvrtka prve godine prikupila $300 - x$ tona masline. 1 BOD

Druge godine su prikupili za $\frac{1}{3}$ maslina više, tj. $300 + \frac{1}{3} \cdot 300 = 400$ tona maslina. 1 BOD

Prva tvrtka je druge godine prikupila dvostruko više maslina, tj. $2 \cdot x = 2x$ tona maslina. 1 BOD

Druga tvrtka je druge godine prikupila za petinu maslina više nego prve godine, tj.

$300 - x + \frac{1}{5} \cdot (300 - x) = \frac{6}{5} \cdot (300 - x) = 360 - \frac{6}{5}x$ tona maslina. 2 BODA

Obje tvrtke su druge godine prikupile:

$2x + 360 - \frac{6}{5}x = 400$ 2 BODA

$$2x - \frac{6}{5}x = 40 \quad / \cdot 5$$

$$10x - 6x = 200$$

$$4x = 200 \quad / : 4$$

$$x = 50$$

2 BODA

Prva tvrtka je prve godine prikupila 50 tona maslina, a druga $300 - x = 300 - 50 = 250$ tona maslina. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

7. Prvi način:

Neka je x količina novca na početku. Sav iznos se iskazuje u kunama.

Ako je a polovina iznosa od x , onda je na cipele potrošio $a + 10$ te mu je preostalo $a - 10$. 1 BOD

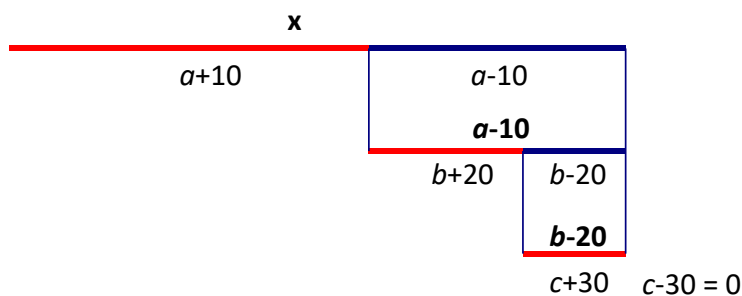
Ako je b polovina preostalog iznosa od $a - 10$, onda je na traperice potrošio $b + 20$, nakon čega mu je preostalo $b - 20$. 1 BOD

Ako je c polovina preostalog iznosa od $b - 20$, onda je na majicu potrošio $c + 30$ te mu ostaje $c - 30$. 1 BOD

Budući mu nakon dodavanja 30 kn nije ništa ostalo, zaključujemo da je $c - 30 = 0$, odnosno $c = 30$ kn.

Majicu je platio 60 kn.

1 BOD



(ili samo slika: 4 BODA)

Nadalje vrijedi:

$$b - 20 = 2c$$

$$b - 20 = 60$$

$$b = 80 \text{ kn}$$

Traperice je platio 100 kn.

2 BODA

$$a - 10 = 2b$$

$$a - 10 = 160$$

$$a = 170 \text{ kn}$$

Cipele je platio 180 kn.

2 BODA

$$x = 2a$$

$$x = 340 \text{ kn}$$

Na početku je imao 340 kn.

2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

Neka je x količina novca na početku. Sav iznos se iskazuje u kunama.

Proizvod	Cijena proizvoda	Ostatak novca
Cipele	$\frac{1}{2}x + 10$	$\frac{1}{2}x - 10$
Traperice	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x - 10\right) + 20 = \frac{1}{4}x + 15$	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x - 10\right) - 20 = \frac{1}{4}x - 25$
Majica	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}x - 25\right) + 30 = \frac{1}{8}x + 17.5$	0

1 BOD

2 BODA

1 BOD

Vrijedi:

$$\frac{1}{2}x + 10 + \frac{1}{4}x + 15 + \frac{1}{8}x + 17.5 = x \cdot 8$$

1 BOD

$$\text{Dalje slijedi: } 4x + 80 + 2x + 120 + x + 140 = 8x$$

1 BOD

$$7x + 340 = 8x$$

$$x = 340$$

1 BOD

Prema tome, Marko je na početku imao 340 kn,

cipele je platio 180 kn,

1 BOD

traperice 100 kn,

1 BOD

a majicu 60 kn.

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA