ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
17. veljače 2021.

5. razred – rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Prvi način:

2 858 – 858 · {4 – [900 – (81 · 8 + 8 · 19) – 100] – 2} + 879 =
= 2 858 – 858 · {4 – [900 – 8 · (81 + 19) – 100] – 2} + 879 — 1 BOD
= 2 858 – 858 · {4 – [900 – 8 · 100 – 100] – 2} + 879 — 1 BOD
= 2 858 – 858 · {4 – [900 – 800 – 100] – 2} + 879 — 1 BOD
= 2 858 – 858 · {4 – 0 – 2} + 879 — 1 BOD
= 2 858 – 858 · 2 + 879
= 2 858 – 1 716 + 879 — 1 BOD
= 1 142 + 879
= 2 021 — 1 BOD

……………………………………………………………………..……… UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

2 858 – 858 · {4 – [900 – (81 · 8 + 8 · 19) – 100] – 2} + 879 =
= 2 858 – 858 · {4 – [900 – (648 + 152) – 100] – 2} + 879 — 2 BODA
= 2 858 – 858 · {4 - [900 – 800 - 100] - 2} + 879 — 1 BOD
= 2 858 – 858 · {4 – 0 - 2} + 879 — 1 BOD
= 2 858 – 858 · 2 + 879
= 2 858 – 1 716 + 879 — 1 BOD
= 1 142 + 879
= 2 021 — 1 BOD

………………………………………………………….…………………UKUPNO 6 BODOVA

2. Prvi način:

Broj 24 se može zapisati kao umnožak 3 jednoznamenkasta broja na sljedeći način:

$$\begin{aligned} 24 &= 2 \cdot 3 \cdot 4 \\ &= 1 \cdot 4 \cdot 6 \\ &= 1 \cdot 3 \cdot 8 \end{aligned}$$

3 BODA

Pomoću tih znamenki mogu se zapisati sljedeći troznamenkasti parni brojevi:

234, 324, 342, 432, 146, 164, 416, 614, 138, 318. — 2 BODA

Najveći parni među njima je **614**. — 1 BOD

………………………………………………………….………………..…UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

Neka je $\overline{abc}$ traženi troznamenkasti broj. Prema uvjetima zadatka vrijedi $a \cdot b \cdot c = 24$.
Postoje tri trojke brojeva koje zadovoljavaju taj uvjet, a to su (2, 3, 4), (8, 3, 1) i (6, 4, 1). — 3 BODA

Kako je uvjet zadatka pronaći najveći troznamenkasti broj, promatramo znamenku stotica.
Ako bi znamenka stotica bila 8, tada bi troznamenkasti broj bio neparan (813 ili 831). 1 BOD
Zaključujemo da je znamenka stotica traženog troznamenkastog broja 6. 1 BOD
Kako broj mora biti paran, znamenka jedinica je 4 pa je traženi broj **614**. 1 BOD
…………………………………………………………………...………UKUPNO 6 BODOVA

Treći način:
Broj 24 se može zapisati kao umnožak 3 jednoznamenkasta broja na sljedeći način:

$$\begin{aligned}24 &= 2\cdot 3\cdot 4\\ &= 1\cdot 4\cdot 6\\ &= 1\cdot 3\cdot 8\end{aligned}$$ 3 BODA

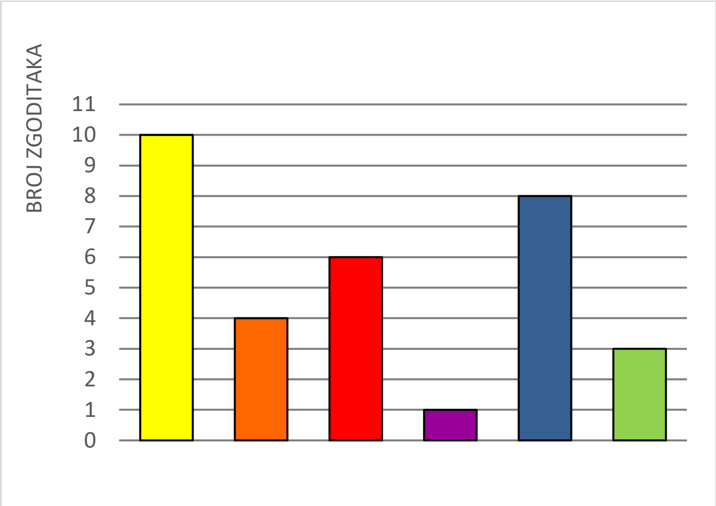
Najveći parni troznamenkasti broj zapisan pomoću znamenaka 2, 3 i 4 je 432. 1 BOD
Najveći parni troznamenkasti broj zapisan pomoću znamenaka 1, 4 i 6 je 614. 1 BOD
Najveći parni troznamenkasti broj zapisan pomoću znamenaka 1, 3 i 8 je 318. 1 BOD
Najveći parni među njima je **614**.
…………………………………………………………………………...…UKUPNO 6 BODOVA

Napomena: Ako je učenik napisao rješenje bez obrazloženja treba dobiti 2 BODA.

3. Prvi način:
Pojednostavnimo svaki izraz:
$A = 2x + 13 + 11x - 4 - 5x + 6x + 12 = 14x + 21$ 1 BOD
$B = 9 + 3y + 14y - 4 - 5y + 7 - y + 5 = 11y + 17$ 1 BOD
Za $x = 6$, $A = 14 \cdot 6 + 21 = 84 + 21 = 105$. 1 BOD
Tražimo y za koji će izrazi A i B biti jednaki:
$11y + 17 = 105$
$11y = 105 - 17$ 1 BOD
$11y = 88$ 1 BOD
$y = 88 : 11$
$y = 8$ 1 BOD
………………………………………………………………………….. UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:
Za $x = 6$ je
$A = 2 \cdot 6 + 13 + 11 \cdot 6 - 4 - 5 \cdot 6 + 6 \cdot 6 + 12 =$ 1 BOD
$= 12 + 13 + 66 - 4 - 30 + 36 + 12 =$ 1 BOD
$= 105$ 1 BOD
Tražimo y za koji će izrazi A i B biti jednaki:
$9 + 3y + 14y - 4 - 5y + 7 - y + 5 = 105$
$11y + 17 = 105$ 1 BOD
$11y = 105 - 17$
$11y = 88$ 1 BOD
$y = 88 : 11$
$y = 8$ 1 BOD
………………………………………………………………………….. UKUPNO 6 BODOVA

4.



Iz dijagrama i uvjeta zadatka zaključujemo da je **Ivan postigao jedan zgoditak**. 1 BOD

Kako je Marko postigao dva zgoditka manje nego Luka, iz dijagrama zaključujemo da je Marko postigao 8 ili 6 ili 4 zgoditka, a Luka 10 ili 8 ili 6 zgoditaka.

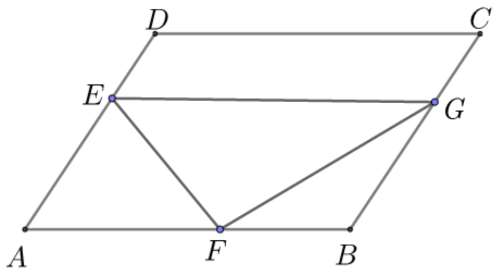
Iz sljedećeg uvjeta: „Broj Lukinih zgoditaka jednak je broju zgoditaka koje su postigli Filip i Adrian zajedno.“ i grafičkog prikaza zaključujemo da je **Luka postigao 10 zgoditaka** (a Filip i Adrian ili 4 ili 6), a **Marko 8 zgoditaka**. 2 BODA

Iz uvjeta: „Filip je postigao dva puta više zgoditaka od Borne.“, zaključujemo da je **Filip postigao 6 zgoditaka**, a **Borna 3 zgoditka**. Prema tome, **Adrian je postigao 4 zgoditka**. 3 BODA

……………………………………………………………………………….. UKUPNO 6 BODOVA

Napomena: Točan broj zgoditaka određen za svakog dječaka, i bez objašnjenja, donosi po 1 BOD.

5.



Moguće staze su:
AFB, AFEDCGB, AFEGB, AFGB, AEGB, AEFB, AEFGB, AEDCGB, AEGFB, AEDCGFB

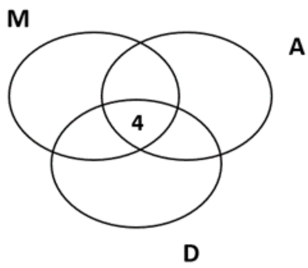
Svaka dva točna rješenja nose 1 BOD. 5 BODOVA
Ukupno postoji 10 različitih načina da Andrej stigne do Branimira. 1 BOD
………………………………………………………………………………UKUPNO 6 BODOVA

Napomena: Jedno točno rješenje NE BODUJE SE S POLA BODA.

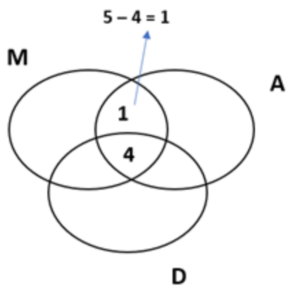
6. Zadatak možemo riješiti Vennovim dijagramom.

Neka je *M* skup gostiju koje je pozvala Maja, *A* skup gostiju koje je pozvala Ana, a *D* skup gostiju koje je pozvala Dora.

Podatak da su sve tri prijateljice pozvale 4 zajednička prijatelja smjestimo u presjek sva tri skupa. (Slika 1.) 1 BOD



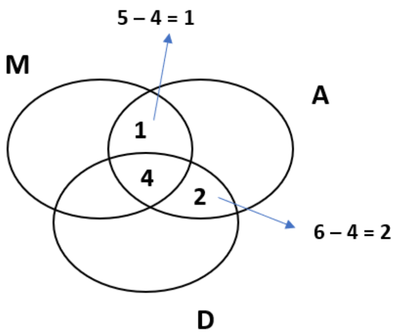
Slika 1.



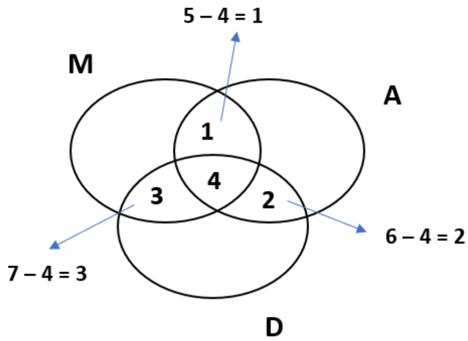
Slika 2.

Nakon toga rasporedimo zajedničke goste.

Kako su Maja i Ana pozvale 5 zajedničkih prijatelja, a sve tri su pozvale 4 zajednička prijatelja, zaključujemo da su samo Maja i Ana pozvale 5 – 4 = 1 zajedničkog prijatelja. (Slika 2.) 1 BOD



Slika 3.



Slika 4.

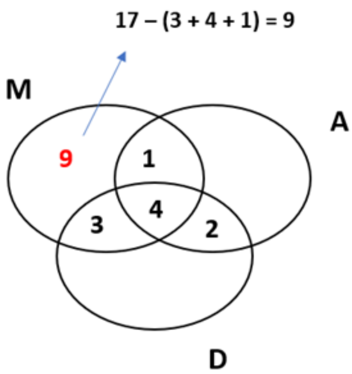
Ana i Dora pozvale su 6 zajedničkih prijatelja, a kako su sve tri prijateljice pozvale 4 zajednička prijatelja, zaključujemo da su samo Ana i Dora pozvale 6 – 4 = 2 zajednička prijatelja. (Slika 3.)

1 BOD

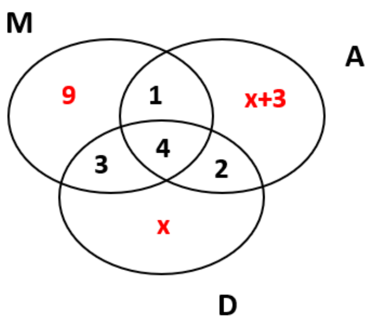
Maja i Dora pozvale su 7 zajedničkih prijatelja, a kako su sve tri prijateljice pozvale 4 zajednička prijatelja, zaključujemo da su samo Maja i Dora pozvale 7 – 4 = 3 zajednička prijatelja. (Slika 4.)

1 BOD

Dakle, samo Maja je pozvala 17 – (1 + 4 + 3) = 9 prijatelja. (Slika 5.) 1 BOD



Slika 5.



Slika 6.

Neka je *x* broj gostiju koje je pozvala samo Dora.

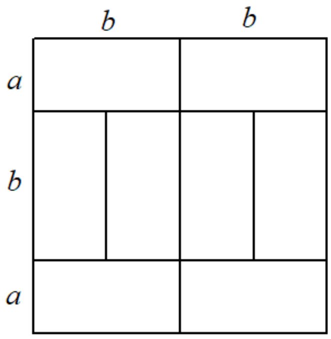
Iz uvjeta zadatka, broj gostiju koje je pozvala samo Ana je *x* + 3. (Slika 6.) 1 BOD

Kako je ukupan broj gostiju 40, slijedi:
$9 + x + x + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 = 40$ 1 BOD
$2x + 22 = 40$
$2x = 40 – 22$
$2x = 18$
$x = 9$ 1 BOD

Dora je pozvala $9 + 3 + 4 + 2 = 18$ gostiju. 1 BOD
Ana je pozvala $12 + 1 + 4 + 2 = 19$ gostiju. 1 BOD
……………………………………………………………………….……….. UKUPNO 10 BODOVA

Napomena: Ukoliko učenik umjesto jednadžbe koristi grafički prikaz za određivanje nepoznate Veličine, treba bodovati u skladu s predloženim rješenjem.

7.



Neka je a duljina kraće stranice pravokutnika, a b dulje.
Kako 8 takvih pločica čine kvadratnu ploču, za stranice te ploče vrijedi $2b = 2a + b$, a iz toga slijedi da je $b = 2a$. 2 BODA
Opseg pločice oblika pravokutnika je $o = a + 2a + a + 2a = 6a$. 1 BOD

Tada je duljina kraće stranice pravokutnika $a = 144$ cm : 6 = 24 cm, 1 BOD
a duljina dulje $b = 24$ cm · 2 = 48 cm. 1 BOD

Duljina stranice kvadrata sa slike je $2b = 96$ cm, 1 BOD
a njegova je površina $P = 96 \cdot 96 = 9216$ cm^2. 1 BOD

Cijela staza sastoji se od 10 takvih kvadrata pa joj je površna 92 160 cm^2. 1 BOD

Neka je x duljina stranice kvadrata, tada je opseg cijele staze $o = 10x + x + 10x + x = 22x$. 1 BOD
Opseg cijele staze je 22 · 96 = 2 112 cm. 1 BOD
………………………………………………………………………..….. UKUPNO 10 BODOVA