



2. HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA DJEVOJKE  
27. veljače 2021.

1. Svakom vrhu pravilnog  $n$ -terokuta pridružen je po jedan nenegativan realni broj tako da zbroj svih pridruženih brojeva iznosi 1. Označimo s  $A$  zbroj svih umnožaka brojeva pridruženim trima uzastopnim vrhovima. Odredi najveću moguću vrijednost broja  $A$  i odredi sve slučajeve u kojima se ta vrijednost postiže ako je
  - a)  $n = 4$ ,
  - b)  $n = 6$ .
2. Tri prijateljice pronašle su  $N$  novčića ukupne mase 300 grama. Masa svakog novčića je prirodan broj. Odlučili su novčiće podijeliti na tri hrpe jednakih masa. Za koje  $N$  je to sigurno moguće napraviti, neovisno o masi pojedinih novčića?
3. U šiljastokutnom raznostraničnom trokutu  $ABC$  vrijedi da je  $\sphericalangle CAB = 60^\circ$ . Neka je  $O$  središte tom trokutu opisane kružnice, a  $H$  njegov ortocentar. Pravac  $OH$  siječe dužine  $\overline{AB}$  i  $\overline{AC}$  redom u točkama  $P$  i  $Q$ . Dokaži da je trokut  $APQ$  jednakostraničan.
4. Označimo s  $d(n)$  broj prirodnih djelitelja prirodnog broja  $n$ . Odredi sve  $k \in \mathbb{N}$  za koje postoje  $a, b \in \mathbb{N}$  takvi da je

$$d(a) = d(b) = d(2a + 3b) = k.$$