

DRŽAVNO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
26. listopada 2020.

5. razred - rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

**1. Prvi način:**

Neka je  $x$  traženi troznamenkasti broj.

Ako mu s desna dopišemo znamenku 2, dobit ćemo broj  $10 \cdot x + 2$ .

Nakon dijeljenja sa 7 dobije se broj  $(10 \cdot x + 2) : 7$ .

Ako se ovom broju dopiše znamenka 3, dobije se broj  $10 \cdot [(10 \cdot x + 2) : 7] + 3$ .

Taj broj podijeljen s 43 daje 41, pa jednačba koju treba riješiti glasi:

$$\{10 \cdot [(10 \cdot x + 2) : 7] + 3\} : 43 = 41$$

Slijedi:

$$10 \cdot [(10 \cdot x + 2) : 7] + 3 = 1\ 763$$

$$10 \cdot [(10 \cdot x + 2) : 7] = 1\ 760$$

$$(10 \cdot x + 2) : 7 = 176$$

$$10 \cdot x + 2 = 1\ 732$$

$$x = 123$$

**Drugi način:**

Zadatak rješavamo unatrag:

Broj koji podijeljen s 43 daje 41 je  $43 \cdot 41 = 1\ 763$ .

Nakon što se izbriše dopisana znamenka 3, dobije se broj 176.

Broj koji podijeljen sa 7 daje 176 je  $176 \cdot 7 = 1\ 232$ .

Nakon što se izbriše dopisana znamenka 2, dobije se početni broj 123.

**2. Najmanji broj koji je zamislio Roko označimo s  $x$ .**

Tada su ostali brojevi  $3x$ ,  $9x$ ,  $27x$  i  $81x$ .

Iz uvjeta zadatka možemo postaviti jednačbu:

$$x + 81x = 3x + 9x + 27x + 172$$

Slijedi:

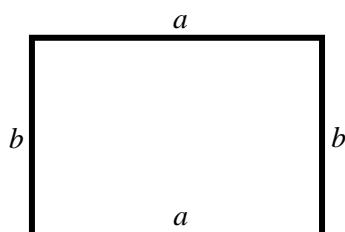
$$82x = 39x + 172$$

$$43x = 172$$

$$x = 4$$

Roko je zamislio brojeve 4, 12, 36, 108 i 324.

**3.**



Iz  $2a + 2b = 154$  zaključujemo da je  $a + b = 77$ .

Kako je  $b = \frac{5}{6}a$ , vrijedi:

$$a + \frac{5}{6}a = 77$$

$$\frac{11}{6}a = 77$$

$$\frac{1}{6}a = 7$$

$$a = 6 \cdot 7$$

$$a = 42 \text{ m}$$

Tada je širina vrta:

$$b = \frac{5}{6} \cdot 42$$

$$b = 5 \cdot 7$$

$$b = 35 \text{ m}$$

Stranice vrta iznose 42 m i 35 m, pa je njegova površina:

$$P = 42 \cdot 35$$

$$P = 1\,470 \text{ m}^2$$

Tražena površina vrta djeda Mate je  $1\,470 \text{ m}^2$ .

4. Označimo nepoznate brojeve u prvom retku s  $a$  i  $b$ .

18	$a$	$b$
	36	
42		

Zbroj u prvom retku i po dijagonali je jednak. Dakle:

$$18 + a + b = 42 + 36 + b$$

Broj  $b$  pojavljuje se s obje strane, pa mora biti

$$18 + a = 78, \text{ odnosno}$$

$$a = 60.$$

(Ili, bez jednadžbe:  $a = 42 + 36 - 18 = 60$ .)

Sa  $c$  i  $d$  označimo nepoznate brojeve u drugom retku:

18		
$c$	36	$d$
42		

Zbroj u drugom retku i u prvom stupcu je jednak, pa vrijedi:

$$c + 36 + d = 18 + c + 42$$

Broj  $c$  se pojavljuje s obje strane, pa mora biti

$$36 + d = 60, \text{ odnosno}$$

$$d = 24.$$

(Ili, bez jednadžbe:  $d = 42 + 18 - 36 = 24$ .)

Označimo s  $e$  i  $f$  nepoznate brojeve u trećem retku.

18		
	36	
42	$e$	$f$

Zbroj u trećem retku jednak je zbroju u dijagonali, pa vrijedi:

$$42 + e + f = 18 + 36 + f$$

Broj  $f$  se pojavljuje s obje strane, pa mora biti

$$42 + e = 54, \text{ odnosno}$$

$$e = 12.$$

(Ili, bez jednadžbe:  $e = 18 + 36 - 42 = 12$ .)

Popunimo tablicu izračunatim brojevima i označimo još uvijek nepoznate brojeve:

18	60	$b$
$c$	36	24
42	12	$f$

Iz drugog stupca se izračuna zbroj  $60 + 36 + 12 = 108$ .

Sada se izračunaju i ostale nepoznanice.

$$b = 108 - 78 = 30$$

$$c = 108 - 60 = 48$$

$$f = 108 - 54 = 54$$

Popunjeni „magični kvadrat“ izgleda ovako:

18	60	30
48	36	24
42	12	54

5. Ukupni broj utakmica jednak je broju neuređenih parova ekipa, a to je  $\frac{7 \cdot 6}{2} = 21$ .

Neka je  $x$  broj utakmica koje su završile neriješeno.

Tada je ukupni broj bodova jednak  $x \cdot 4 + (21 - x) \cdot 5$ . Dakle, imamo

$$x \cdot 4 + (21 - x) \cdot 5 = 90$$

odnosno

$$105 - x = 90,$$

tj.  $x = 15$ . Dakle, 15 utakmica završilo je neriješeno, a  $21 - 15 = 6$  pobjedom neke od ekipa.

Svaka je ekipa odigrala 6 utakmica (po jednu sa svakom preostalim ekipom).

Ekipa koja je osvojila najviše bodova ima osvojenih 24 boda, što znači da je ostvarila 4 pobjede i 2 neriješena rezultata ( $4 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 0 \cdot 0 = 24$ ).

To znači da su sve ostale ekipe ukupno ostvarile 2 pobjede i da je najveći broj bodova koji je mogla ostvariti neka od tih ekipa jednak  $2 \cdot 5 + 4 \cdot 2 + 0 \cdot 0 = 18$  bodova.

(To je moguće ako je drugoplasirana ekipa odigrala s prvoplasiranom ekipom neriješeno, a od preostalih pet ekipa dvije je pobijedila i s tri ekipe odigrala neriješeno. Svi međusobni rezultati nižeplasiranih ekipa su u tom slučaju neriješeni.)