

## HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

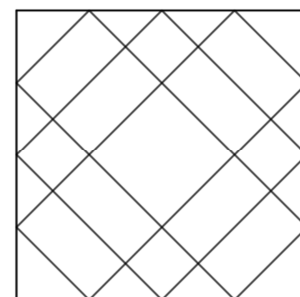
drugo kolo – utorak, 23. lipnja 2020.

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova. Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Kako bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

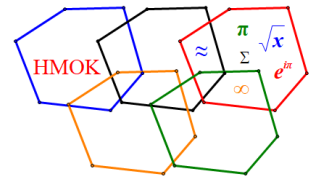
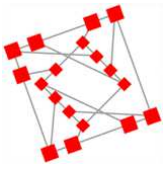
### Zadatci za 4. razred

1. Točno u 9 sati Petar je istovremeno zapalio dvije svijeće, duljina 29 cm i 34 cm. Poznato je da 2 mm kraće svijeće izgori za 4 minute, a 2 mm dulje svijeće za 3 minute. Nakon nekog vremena, Petar je primijetio da je jedna svijeća dulja od druge za 2 cm. U koliko sati se to moglo dogoditi?

2. U kvadrat na slici ucrtana su tri pravokutnika s vrhovima na stranicama kvadrata. Koliko je različitih trokuta, a koliko različitih pravokutnika na slici?



3. Broj se naziva *zanimljivim* ako su mu sve znamenke međusobno različite, a njegova prva znamenka jednaka je zbroju svih ostalih znamenaka. Na primjer, zanimljivi su brojevi 321 i 80413. Koliko ima zanimljivih brojeva?
4. Antun i Branko sudjelovali su u utrci. Svi su trkači završili utrku, a nikoja dva nisu završila utrku u isto vrijeme. Broj trkača koji su završili utrku prije Antuna dva je puta manji od broja trkača koji su završili nakon njega. Broj trkača koji su završili utrku prije Branka jednak je broju trkača koji su završili nakon njega. Točno 15 trkača završilo je utrku nakon Antuna, a prije Branka. Koliko je trkača sudjelovalo na utrci?
5. Lidija i Klara igraju se s hrpom jednakih štapića. Svaka od njih je od određenog broja štapića napravila rub pravokutnika. Svaka stranica Klarinog pravokutnika napravljena je s 5 štapića više od odgovarajuće stranice Lidijinog pravokutnika, a površina Klarinog pravokutnika dvostruko je veća od površine Lidijinog pravokutnika. Koliko je štapića, za rub svog pravokutnika, mogla upotrijebiti Lidija?



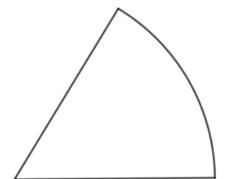
## HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

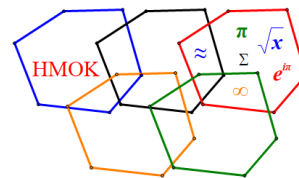
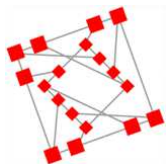
drugo kolo – utorak, 23. lipnja 2020.

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova. Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Kako bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

### Zadatci za 5. razred

1. Ako troznamenkastom broju obrišemo jednu znamenku, dobivamo dvoznamenkasti broj šest puta manji od početnog troznamenkastog broja. Odredi sve brojeve s tim svojstvom.
2. Fran i Leon sudjelovali su u utrci. Svi su trkači završili utrku, a nikoja dva nisu završila utrku u isto vrijeme. Broj trkača koji su završili utrku prije Frana jednak je broju trkača koji su završili nakon njega. Broj trkača koji su završili utrku prije Leona dva je puta manji od broja trkača koji su završili nakon njega. Točno 15 trkača završilo je utrku između njih dvojice. Koliko je trkača sudjelovalo na utrci?
3. Na školskom igralištu nacrtan je veliki krug. Središte kruga je točka  $O$ , a na rubu su označene točke  $A$ ,  $B$  i  $C$ . Pritom su kutovi  $\angle AOB$  i  $\angle BOC$  šiljasti, a dužine  $\overline{OA}$  i  $\overline{OC}$  međusobno su okomite. Dio kruga omeđen dužinama  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OB}$  i kružnim lukom  $\widehat{AB}$  obojen je zelenom bojom, a dio kruga omeđen dužinama  $\overline{OB}$ ,  $\overline{OC}$  i kružnim lukom  $\widehat{BC}$  obojen je narančastom bojom. Ivica je svojim stopama izmjerio da je opseg kruga 240 stopa te da je opseg zelenog lika za 18 stopa veći od opsega narančastog lika. Ako je površina čitavog kruga  $72 \text{ m}^2$ , kolika je površina narančastog lika?  
*Napomena:* Opseg geometrijskog lika je duljina njegovog ruba.





## HRVATSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA ZA KADETE

drugo kolo – utorak, 23. lipnja 2020.

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova. Osim konačnog rezultata boduje se i postupak. Kako bi se dobili svi bodovi, potrebno je pronaći sva rješenja i utvrditi da nema drugih, zapisati postupak te obrazložiti svoje zaključke.

### Zadatci za 6. razred

1. Nađi najmanji višeznamenasti broj koji započinje znamenkom 1 sa svojstvom da, premjestimo li tu znamenku 1 s početka na kraj, iza znamenke jedinica, dobivamo broj tri puta veći od početnog.
2. Na jednom natjecanju iz matematike sudjeluje 12 Varaždinaca, 8 Zadrana i 2 Osječana. Trebaju sastaviti peteročlanu ekipu u kojoj će biti barem po jedan učenik iz svakog od tih triju gradova, ali ne smiju biti tri učenika iz istog grada. Na koliko različitih načina oni mogu sastaviti ekipu?
3. Pravac  $p$  siječe dužinu  $\overline{AB}$  u točki  $C$ . Točka  $D$  nalazi se na pravcu  $p$ , različita je od  $C$  i vrijedi  $|AC| = |AD|$ . Točka  $E$  nalazi se na pravcu  $p$  i vrijedi  $|EC| = |EB|$ . Pravac paralelan s pravcem  $p$  koji prolazi točkom  $A$  i pravac paralelan s pravcem  $AB$  koji prolazi točkom  $E$  sijeku se u točki  $F$ . Dokaži da vrijedi  $|FB| = |FD|$ .
4. Duljine svih stranica pravokutnika, izražene u centimetrima, prirodni su brojevi. Povećamo li širinu i visinu tog pravokutnika za 10 cm, njegova će se površina udvostručiti. Odredi dimenzije svih takvih pravokutnika.
5. Jelena i Krešo igraju igru zapisujući pomoću znamenaka iz skupa  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  šestoznamenasti broj s različitim znamenkama. Najprije Jelena bira znamenku jedinica, zatim Krešo bira znamenku desetica i dalje redom: Jelena bira znamenku stotica, Krešo znamenku tisućica, Jelena znamenku desetstisućica i na kraju Krešo bira znamenku stotisućica. Ako je tako nastali šestoznamenasti broj s različitim znamenkama djeljiv s 3, onda pobjeđuje Krešo, a ako taj broj nije djeljiv s 3, onda pobjeđuje Jelena.  
Odredi koji od igrača ima strategiju za pobjedu i objasni tu strategiju.