



3. HRVATSKA JUNIORSKA MATEMATIČKA OLIMPIJADA

Zagreb, 30. travnja 2019.

1. Odredi sve parove (a, b) realnih (ne nužno pozitivnih) brojeva takve da je $a^2 + b^2 = 25$ i da

$$ab + a + b$$

poprima najmanju moguću vrijednost.

2. Prirodni broj n je *dobar* ako svaku stranicu i dijagonalu pravilnog n -terokuta možemo obojiti u neku boju tako da za svaka dva vrha A i B postoji točno jedan vrh C , različit od A i B , takav da su dužine \overline{AB} , \overline{BC} i \overline{CA} obojene istom bojom.

Odredi koji su od brojeva 7, 8, 9, 10, 11 i 12 dobri, a koji nisu.

3. Na kružnici su dane točke A , B , C i D takve da je $|AB| = |BC| = |CD|$. Neka se simetrale kutova $\sphericalangle ACD$ i $\sphericalangle ABD$ sijeku u točki E .

Ako su pravci AE i CD paralelni, odredi $|\sphericalangle ABC|$.

4. Neka su m i n prirodni brojevi različite parnosti. Dokaži da broj

$$\frac{3m^2 + 5mn}{3n^2 + mn}$$

nije prirodan.

Vrijeme rješavanja: 4 sata

Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Redoslijed zadataka ne odražava njihovu težinu.