

Što je to algebra?

Matija Bašić

15. siječnja 2019.

Zadaci

1. Odredi i dokaži pravilo na temelju sljedećih jednakosti

$$9^2 - 5^2 = 4 \cdot 14,$$

$$10^2 - 3^2 = 7 \cdot 13,$$

$$7^2 - 4^2 = 3 \cdot 11.$$

2. Pomnoži $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ i faktoriziraj $a^3 - b^3$.
3. Odredi formulu za $(a + b)^2$ i $(a + b)^3$.
4. Dokaži da je razlika kvadrata dva uzastopna neparna broja djeljiva s 8.
5. Učenici su odlučili igrati igru s ukupno 960 žetona. Najprije su podijelili sve žetone tako da svatko od njih ima isti broj žetona. Čim su to napravili, stigao je njihov nastavnik te je poželio priključiti se igri. Svaki učenik mu je dao po 4 žetona, pa su svi imali jednak broj žetona i bili su spremni za početak igre. Koliko učenika sudjeluje u igri?
6. Odredi sve realne brojeve x takve da je $x^2 = 5 + 4x$.
7. Odredi sve parove cijelih brojeva (m, n) za koje vrijedi

$$(m^2 + n)(m + n^2) = (m + n)^3.$$

8. Riješite sustav

$$x(y + z) = 27,$$

$$y(z + x) = 32,$$

$$z(x + y) = 35.$$

9. Riješite jednadžbu

$$(x - 1) + (x - 4) + \dots + (x - 298) = 50.$$

10. Izračunaj zbroj

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}.$$

11. Što je veće $\sqrt{19} + \sqrt{99}$ ili $\sqrt{20} + \sqrt{98}$?

12. Dokaži da za bilo koja dva realna broja x i y vrijedi

$$3x(x + 2y) \leq (2x + y)^2.$$