

Zadatak B-3.5.

Duljine dviju stranica trokuta su 7 cm i 4 cm. Kut nasuprot dulje stranice je dva puta veći od kuta nasuprot kraće stranice. Kolika je duljina treće stranice trokuta?

Rješenje.

Neka je $a = 4$, cm, $b = 7$, cm, $\beta = 2\alpha$.

Koristeći poučak o sinusima imamo $\frac{4}{\sin \alpha} = \frac{7}{\sin 2\alpha}$ 1 bod

iz čega dalje slijedi $4 \sin 2\alpha = 7 \sin \alpha$

odnosno $8 \sin \alpha \cos \alpha = 7 \sin \alpha$.

Sinus kuta u trokutu ne može biti jednak nuli, pa je $\cos \alpha = \frac{7}{8}$. 2 boda

Duljinu treće stranice c odredit ćemo pomoću poučka o kosinusu za stranicu a

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \\ 4^2 &= 7^2 + c^2 - 2 \cdot 7 \cdot c \cdot \frac{7}{8} \end{aligned} \quad \text{1 bod}$$

odakle dobivamo kvadratnu jednadžbu

$$c^2 - \frac{49}{4}c + 33 = 0.$$

Rješenja ove jednadžbe su $c = 4$ i $c = \frac{33}{4}$. 1 bod

Međutim, rješenje $c = 4$ treba odbaciti jer za trokut sa stranicama $a = c = 4$, $b = 7$ ne vrijedi $\beta = 2\alpha$. Naime, iz $a = c$ tj. $\alpha = \gamma$ i $\beta = 2\alpha$ slijedi $\alpha = \gamma = 45^\circ$, $\beta = 90^\circ$, što očito ne vrijedi u ovom trokutu. 1 bod

Duljina treće stranice trokuta iznosi $\frac{33}{4} = 8.25$ cm.