

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
27. siječnja 2020.

6. razred – rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Prvi način:

Vrijednost zadanog izraza jednaka je:

$$\begin{aligned} 184 \cdot 15 + 15 \cdot 16 - 15 \cdot 100 + 15 &= & 2 \text{ BODA} \\ = 15 \cdot (184 + 16 - 100 + 1) &= & 1 \text{ BOD} \\ = 15 \cdot 101 &= & 1 \text{ BOD} \\ = 1\,515 & & \end{aligned}$$

Trećina dobivenog izraza iznosi $1\,515 : 3 = 505$. 1 BOD

Broj koji je četiri puta veći od dobivene trećine je $505 \cdot 4 = 2\,020$. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

$$\begin{aligned} 184 \cdot 15 + 15 \cdot 16 - 15 \cdot 100 + 15 &= & 2 \text{ BODA} \\ = 2\,760 + 240 - 1\,500 + 15 &= & 1 \text{ BOD} \\ = 3\,000 - 1\,500 + 15 &= & 1 \text{ BOD} \\ = 1\,515 & & \end{aligned}$$

Trećina dobivenog izraza iznosi $1\,515 : 3 = 505$. 1 BOD

Broj koji je četiri puta veći od dobivene trećine je $505 \cdot 4 = 2\,020$. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

2. Rastav broja 2 020 na proste faktore je $2\,020 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 101$. 2 BODA

Svaki parni broj mora u svom rastavu na proste faktore ima broj 2 pa preostaju sljedeće mogućnosti:

(i) jedan od ta dva broja je 2, a drugi $2 \cdot 5 \cdot 101 = 1010$. 1 BOD

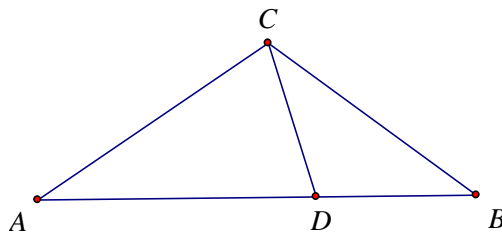
Tada je njihov zbroj 1 012. 1 BOD

(ii) jedan od ta dva broja je $2 \cdot 5 = 10$, a drugi $2 \cdot 101 = 202$. 1 BOD

Tada je njihov zbroj 212. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Skica:



(**Napomena:** Skica ne donosi bodove.)

Trokuti $\triangle ADC$ i $\triangle DBC$ su jednakokračni zbog uvjeta zadatka, kao i trokut $\triangle ABC$.

Zbog toga je $|\angle BAC| = |\angle CBA| = |\angle DCB| = \alpha$. 1 BOD

$|\angle CDA| = 2\alpha$ jer je $\angle CDA$ vanjski kut trokuta $\triangle DBC$.

Kako je \overline{DC} osnovica jednakokravnog trokuta $\triangle ADC$, vrijedi $|\angle CDA| = |\angle ACD| = 2\alpha$. 1 BOD

U trokutu $\triangle ADC$ vrijedi $\alpha + 2\alpha + 2\alpha = 180^\circ$, a otuda slijedi $\alpha = 36^\circ$. 1 BOD

Veličine kutova trokuta $\triangle ABC$ su: $|\angle CAB| = |\angle ABC| = 36^\circ$ i $|\angle BCA| = 108^\circ$. 1 BOD

Veličine kutova trokuta $\triangle ADC$ su: $|\angle ADC| = |\angle DCA| = 72^\circ$ i $|\angle CAD| = 36^\circ$. 1 BOD

Veličine kutova trokuta $\triangle DBC$ su: $|\angle BCD| = |\angle DBC| = 36^\circ$ i $|\angle CDB| = 108^\circ$. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

4. a) Svaki sljedeći član zadanog niza je za 4 veći od prethodnog člana. 1 BOD

1. član jednak je 5.

2. član jednak je $9 = 5 + 1 \cdot 4$

3. član jednak je $13 = 5 + 2 \cdot 4$ 1 BOD

....

100. član zadanog niza jednak je $5 + 99 \cdot 4 = 5 + 396 = 401$ 1 BOD

b) 20. član zadanog niza jednak je $5 + 19 \cdot 4 = 5 + 76 = 81$, a 19. član zadanog niza jednak je $5 + 18 \cdot 4 = 5 + 72 = 77$. 2 BODA

Umnožak 20. i 19. člana zadanog niza jednak je $81 \cdot 77 = 6\,237$. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

5. Ako je površina pravokutnika 24 m^2 , a duljine su mu prirodni brojevi izraženi u metrima, duljine stranica mogu biti parovi: $\{1, 24\}$, $\{2, 12\}$, $\{3, 8\}$, $\{4, 6\}$. 2 BODA

(Ako je naveden samo jedan, samo dva ili samo tri para brojeva, onda se ostvaruje 1 BOD).

$$o_1 = 2 \cdot (1 + 24) = 50 \text{ m}$$

$$o_2 = 2 \cdot (2 + 12) = 28 \text{ m}$$

$$o_3 = 2 \cdot (3 + 8) = 22 \text{ m}$$

$$o_4 = 2 \cdot (4 + 6) = 20 \text{ m} \quad 2 \text{ BODA}$$

Ukupna cijena ograde može biti:

$$50 \cdot 75 = 3\,750 \text{ kn}$$

$$28 \cdot 75 = 2\,100 \text{ kn}$$

$$22 \cdot 75 = 1\,650 \text{ kn}$$

$$20 \cdot 75 = 1\,500 \text{ kn} \quad 2 \text{ BODA}$$

..... UKUPNO 6 BODOVA

Napomena: Ako učenik navede samo jednu mogućnost i ispravno izračuna cijenu ograde, treba dobiti ukupno 2 BODA, za navođenje dviju mogućnosti 3 BODA, a za tri 4 BODA (uz točan izračun cijene ograde).

6. Ako iz nje izvadimo $\frac{5}{6}$ broja jabuka, u prvoj košari ostaje $\frac{1}{6}$ broja jabuka, tj. 20 jabuka, pa je u prvoj košari bilo 120 jabuka. 2 BODA

Ako iz nje izvadimo $\frac{3}{4}$ broja jabuka, u drugoj košari ostaje $\frac{1}{4}$ broja jabuka, tj. 20 jabuka, pa je u

drugo košari bilo 80 jabuka.	2 BODA
U obje košare zajedno je na početku bilo 200 jabuka.	1 BOD
Ako se iz nje izvadi $\frac{2}{3}$ jabuka, u prvoj košari će ostati $\frac{1}{3}$ od 120, tj. 40 jabuka.	2 BODA
U drugoj košari će ostati $\frac{3}{5}$ od 80, tj. 48 jabuka.	2 BODA
U obje košare će zajedno ostati 88 jabuka.	1 BOD
.....	UKUPNO 10 BODOVA

7. Označimo te brojeve s a, b, c, d i e .

Tada je:

$$a + b + c + d = 186$$

$$a + b + c + e = 203$$

$$a + b + d + e = 214$$

$$a + c + d + e = 228$$

$$b + c + d + e = 233$$

2 BODA

Zbrajanjem svih jednačbi dobivamo $4(a + b + c + d + e) = 1064$,

2 BODA

odnosno $a + b + c + d + e = 266$.

1 BOD

Sada slijedi:

$$e = 266 - 186 = 80,$$

1 BOD

$$d = 266 - 203 = 63,$$

1 BOD

$$c = 266 - 214 = 52,$$

1 BOD

$$b = 266 - 228 = 38,$$

1 BOD

$$a = 266 - 233 = 33.$$

1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA