

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE  
27. siječnja 2020.

5. razred – rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1.  $36 + 64 \cdot 17 - (502 - 352 : 8 + 511) =$   
 $= 36 + 1\ 088 - (502 - 352 : 8 + 511) =$  1 BOD  
 $= 36 + 1\ 088 - (502 - 44 + 511) =$  1 BOD  
 $= 36 + 1\ 088 - (458 + 511) =$  1 BOD  
 $= 36 + 1\ 088 - 969 =$  1 BOD  
 $= 1\ 124 - 969 =$  1 BOD  
 $= 155$  1 BOD  
..... UKUPNO 6 BODOVA

2. Najniža moguća cijena haljine je 235 kn, a najniža cijena cipela je 305 kn. 1 BOD  
Najmanji iznos koji je Ana mogla potrošiti na kupovinu haljine i cipela je  
 $235\ \text{kn} + 305\ \text{kn} = 540\ \text{kn}$ . 1 BOD  
Najviša moguća cijena haljine je 244 kn, a najviša cijena cipela 314 kn. 1 BOD  
Najveći iznos koji je Ana mogla potrošiti na kupovinu haljine i cipela je  
 $244\ \text{kn} + 314\ \text{kn} = 558\ \text{kn}$ . 1 BOD  
Razlika je  $558\ \text{kn} - 540\ \text{kn} = 18\ \text{kn}$ . 1 BOD  
Kako je  $18 > 16$ , Ana može kupiti čokoladu. 1 BOD  
..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Duljina stranice najmanjeg kvadrata (čija je površina  $1\ \text{m}^2$ ) iznosi 1 m.  
Opseg najmanjeg kvadrata je  $4 \cdot 1\ \text{m} = 4\ \text{m}$ . 1 BOD  
Duljina stranice srednjeg kvadrata (čija je površina  $9\ \text{m}^2$ ) iznosi 3 m.  
Opseg srednjeg kvadrata je  $4 \cdot 3\ \text{m} = 12\ \text{m}$ . 1 BOD  
Duljina stranice najvećeg kvadrata (čija je površina  $25\ \text{m}^2$ ) iznosi 5 m.  
Opseg najvećeg kvadrata je  $4 \cdot 5\ \text{m} = 20\ \text{m}$ . 1 BOD  
Ukupna duljina svih crta koje je povukla Lana je  
 $4\ \text{m} + 12\ \text{m} + 20\ \text{m} = 36\ \text{m}$ . 1 BOD  
..... UKUPNO 6 BODOVA

4. Prvi način:

- Ante, Branimir i Ivan završe jedan ciklus do broja 18, nakon čega kreću s novim ciklusom.  
Broj 444 treba podijeliti s 18. 1 BOD  
 $444 : 18 = 24$  2 BODA  
84  
12  
Dječaci će otrčati 24 puna kruga te još dodatnih 12 stupova. 1 BOD  
Nakon prvih 6 Antinih stupova, slijedi 6 Branimirovih. 1 BOD  
Posljednji, dvanaesti stup je stup F. 1 BOD  
Dakle, broj 444 reći će Branimir kod stupa F.  
..... UKUPNO 6 BODOVA

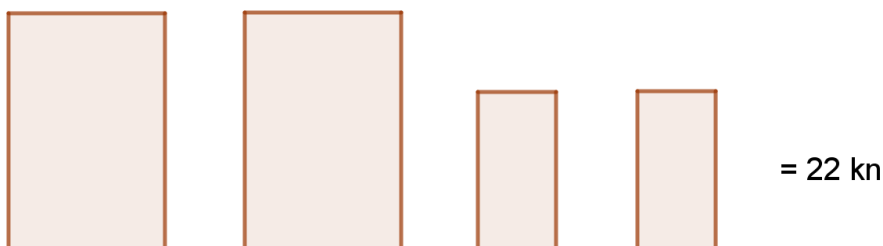
Drugi način:

- Prvih 6 brojeva nabraja Ante, drugih 6 Branimir, trećih 6 Ivan, četvrtih 6 opet Ante itd.  
Broj 444 treba podijeliti sa 6. 1 BOD  
 $444 : 6 = 74$   
24  
0 1 BOD

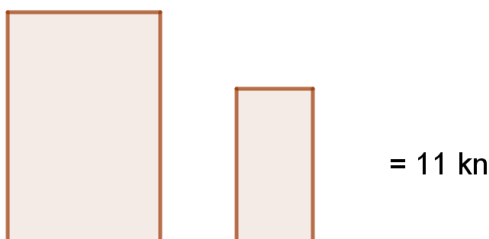
- Može se zaključiti da je broj 444 posljednji broj u 74. krugu, što znači kod stupa F. 1 BOD  
 Treba još saznati tko trči 74. krug. To se može saznati dijeljenjem 74 s 3. 1 BOD  
 $74 : 3 = 24$  1 BOD  
 14  
 2  
 S obzirom da je ostatak pri dijeljenju 2, znači da 74. krug trči drugi po redu dječak,  
 a to je Branimir. 1 BOD  
 Dakle, broj 444 reći će Branimir kod stupa F.

..... UKUPNO 6 BODOVA

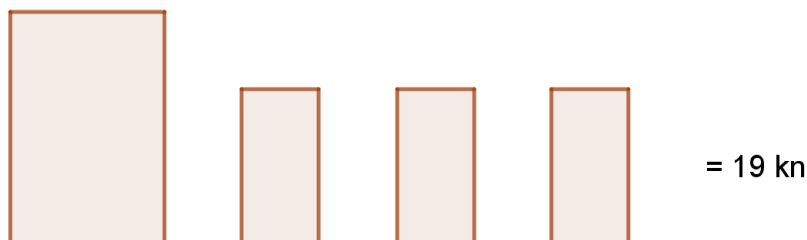
5. Dvije velike i dvije male bilježnice koštaju 22 kn.



Ako se cijena velike bilježnice označi s  $x$ , a male s  $y$ , vrijedi  $2x + 2y = 22$ .  
 Tada je  $x + y = 11$  (što se može zaključiti i sa slike, bez uvođenja nepoznanica).



Dakle, jedna velika i jedna mala bilježnica koštaju zajedno 11 kn. 1 BOD  
 Dalje, jedna velika i tri male bilježnice koštaju 19 kn.



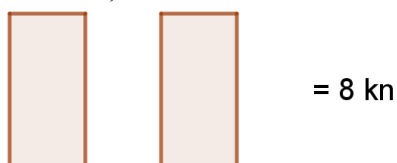
Kako jedna velika i jedna mala koštaju 11 kuna, preostale dvije male bilježnice moraju biti 8 kuna.  
 To se može zaključiti i ovako:

$$(x + y) + y + y = 19$$

$$11 + y + y = 19$$

$$2y = 8$$

Isto se može zaključiti i bez nepoznanica, sa slike:



- Dakle, dvije male bilježnice koštaju 8 kn. 2 BODA  
 Cijena jedne male bilježnice je 4 kn. 1 BOD  
 Cijena jedne velike bilježnice je 7 kn. 1 BOD  
 Račun je iznosio  $5 \cdot 7 + 3 \cdot 4 = 47$  kn. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

**Napomena:** Ako je učenik do rješenja došao pogađanjem, svako točno rješenje bodovati sa po

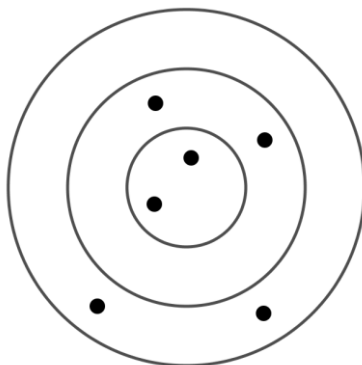
1 BODOM, uz još 1 BOD za ukupni iznos.

6. Ako je  $x$  prvi nepoznati broj, ostali parni brojevi su  $x + 2, x + 4, x + 6$ , i tako dalje... 1 BOD  
 Deseti po redu je  $x + 18$ .  
 Zbrajanjem svih tih brojeva dobije se 1 BOD  
 $x + x + 2 + x + 4 + x + 6 + \dots + x + 18 = 5370$ .  
 Vrijedi 1 BOD  
 $2 + 4 + 6 + \dots + 18 = 90$ .  
 Dalje je: 1 BOD  
 $10x + 90 = 5370$   
 $10x = 5370 - 90$   
 $10x = 5280$  1 BOD  
 $x = 5280 : 10$   
 $x = 528$  1 BOD  
 Traženi brojevi su: 528, 530, 532, ...,  
 a najveći (posljednji) među njima je 546. 1 BOD  
 Iz rastava  $546 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13$  2 BODA\*  
 se zaključuje:  
 Prosti djelitelji najvećeg traženog broja su: 2, 3, 7 i 13. 1 BOD  
 ..... UKUPNO 10 BODOVA

\***Napomena:** Učenici koji ne primijete da je 91 složen broj, pa ostave  $546 = 2 \cdot 3 \cdot 91$ , ovdje umjesto 2 BODA trebaju dobiti samo 1 BOD.

### 7. Prvi način:

Broj bodova koje nosi najmanji krug označimo s  $a$ , srednji krug s  $b$ , a najširi krug s  $c$ .  
 Ako promatramo prvu i treću metu zajedno, vidimo da po dva pogotka u svaki krug nose 58 bodova.

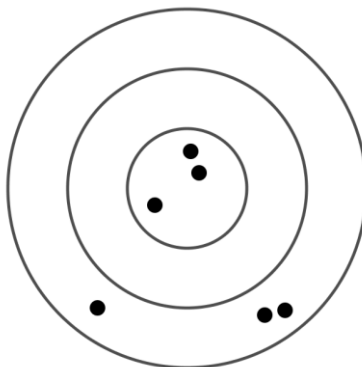


Vrijedi  $2a + 2b + 2c = 58$ .

To znači da je zbroj  $a + b + c = 29$ .

2 BODA

Ako promatramo drugu i treću metu zajedno, vidimo da po tri pogotka u najmanji i najveći krug nose 60 bodova.



Vrijedi:  $3a + 3c = 60$ .

- To znači da je zbroj  $a + c = 20$ . 2 BODA  
 Dalje zaključujemo:  
 $a + b + c = 29$   
 $(a + c) + b = 29$   
 $20 + b = 29$   
 $b = 29 - 20$   
 $b = 9$  2 BODA  
 Onda se iz prve mete vidi da je:  
 $9 + 9 + c = 22$   
 $18 + c = 22$   
 $c = 22 - 18$   
 $c = 4$  2 BODA  
 Tada je iz druge mete:  
 $4 + 4 + a = 24$   
 $8 + a = 24$   
 $a = 24 - 8$   
 $a = 16$  2 BODA  
 Pogodak u najširi krug vrijedi 4, srednji 9, a najuži 16 bodova.  
 ..... UKUPNO 10 BODOVA

**Drugi način:**

- Broj bodova koje nosi najmanji krug označimo s  $a$ , srednji krug s  $b$ , a najširi krug s  $c$ .  
 Uspoređujući prvu i treću metu, možemo zaključiti:  
 $2a - 2b = 36 - 22$ ,  
 $2a - 2b = 14$ ,  
 pa je  $a - b = 7$ , odnosno  $a$  je za 7 veći od  $b$ , tj.  $a = b + 7$ . (1) 2 BODA  
 Uspoređujući drugu i treću metu, možemo zaključiti:  
 $a - c = 36 - 24$ ,  
 $a - c = 12$ ,  
 pa je  $a = c + 12$ . (2) 2 BODA  
 Iz (1) i (2) može se zaključiti da se  $b$  i  $c$  razlikuju za 5, tj.  $b = c + 5$ . (3) 2 BODA  
 Iz druge se mete vidi da je  
 $a + 2c = 24$ .  
 S obzirom na (2), vrijedi  $c + 12 + 2c = 24$ ,  
 pa je  $3c + 12 = 24$ , odnosno  $3c = 12$ .  
 Dakle,  $c = 4$ . 2 BODA  
 Iz (2) slijedi da je  $a = 4 + 12$ , tj.  $a = 16$ . 1 BOD  
 Iz (3) slijedi da je  $b = 4 + 5$ , tj.  $b = 9$ . 1 BOD  
 Pogodak u najširi krug vrijedi 4, srednji 9, a najuži 16 bodova.  
 ..... UKUPNO 10 BODOVA

**Treći način:**

Nakon što je (kako je navedeno u drugom načinu) zaključio da je broj  $b$  veći od broja  $c$  za 5, a broj  $a$  veći od broja  $b$  za 7 (za što je dobio 6 BODOVA), učenik može doći do rješenja (i preostala 4 BODA) metodom pokušaja i pogrešaka. Mogućnosti su prikazane u tablici:

$c$	1	2	3	4
$b$	6	7	8	9
$a$	13	14	15	16
1. meta	13	16	19	22
2. meta	15	18	21	24
3. meta	27	30	33	36

..... UKUPNO 10 BODOVA

**Napomena:** Ako učenik pogađanjem (bez obrazloženja) dođe do traženih brojeva, svako točno rješenje bodovati sa po 1 BODOM, odnosno s ukupno 3 BODA.