

Sukladnost

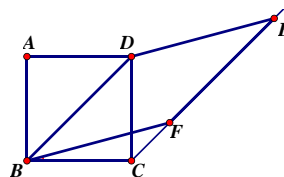
Sanja Antoliš

Poučci o sukladnosti trokuta:

S-S-S, S-K-S, K-S-K, S-S-K[>]

Zadatci:

1. Neka je ABC zadani trokut. Nad stranicama \overline{AB} i \overline{CA} konstruirani su prema van jednakostranični trokuti ABF i ACE . Dokažite da je $\overline{BE} \cong \overline{CF}$.
2. U trokutu ABC kut pri vrhu A je pravi. U točki B konstruirana je okomica na BC . Na toj okomici, s iste strane kao točka A , odabrana je točka P tako da je $|PB| = |BC|$. Točka D je na pravcu PA tako da je CD okomito na PA . Točka E je na pravcu CD tako da je BE okomito na AB . Pokažite da polupravac AE raspolavlja kut BAC .
3. Neka je ABC jednakostranični trokut i $|AB| = 10$ cm. Neka je točka D izvan trokuta tako da je $|BD| = |CD|$ i $\sphericalangle BDC = 120^\circ$. Točke M i N su na stranicama \overline{AB} i \overline{AC} tako da je $\sphericalangle MDN = 60^\circ$. Odredite opseg trokuta $\triangle AMN$.
4. U trokutu $\triangle ABC$ nacrtani su kvadrati $ABDE$ i $CAFG$ nad stranicama \overline{AB} i \overline{CA} . Neka je M polovište stranice \overline{BC} . Dokažite da je $|AM| = \frac{1}{2}|EF|$.
5. U trokutu ABC točka D je polovište stranice \overline{BC} . Neka je točka E na stranici \overline{AC} takva da se dužine \overline{AD} i \overline{BE} sijeku u točki P i da je $|BP| = |AC|$. Dokažite da je $|AE| = |PE|$.
6. Neka je u trokutu ABC mjera kuta pri vrhu A 60° . Simetrale kutova pri vrhovima B i C sijeku stranice \overline{AC} i \overline{AB} u točkama D i E . Neka je točka P sjecište dužina \overline{BD} i \overline{CE} . Dokažite da je $|DP| = |EP|$.
7. Neka je ABC jednakokrani trokut s krakovima \overline{AB} i \overline{AC} . Neka je točka M polovište osnovice \overline{BC} . Točka P je na dužini \overline{AB} i D nožište okomice iz P na BC . Točka E je sjecište pravaca AC i PD . Dokažite da je $|PD| + |DE| = 2|AM|$.
8. Neka je $ABCD$ paralelogram i $|BC| = 2|AB|$. Točke E, F su na pravcu AB tako da je $|AE| = |AB| = |BF|$. Dokažite da je CE okomito na DF .
9. Promotrite sliku. $ABCD$ je kvadrat, a $BDEF$ je romb takav da su točke C, E, F kolinearne. Odredite kut CBF .



10. U konveksnom četverokutu $ABCD$ točke E, F, G su redom polovišta stranica $\overline{AD}, \overline{DC}$ i \overline{AB} . Pritom je $GE \perp AD, GF \perp CD$. Izračunajte $|\sphericalangle ACB|$. (Državno 2008.)
11. Zadan je jednakostranični trokut ABC . Na produžetku stranice \overline{AB} preko vrha B odabrana je točka D , a na produžetku stranice \overline{CB} preko vrha B odabrana je točka E tako da je $|CD| = |DE|$. Dokažite da je $|AD| = |BE|$. (Državno 2014.)
12. Duljine stranica pravokutnika $ABCD$ su $|AB| = 3$ i $|BC| = 2$. Neka su točke E i F redom polovišta stranica \overline{AB} i \overline{AD} . Neka je G sjecište dužina \overline{FC} i \overline{DE} , a H sjecište dužina \overline{AC} i \overline{DE} . Izračunajte površinu četverokuta $AHGF$. (Državno 2018.)
13. Neka je $ABCD$ kvadrat i E sjecište dijagonala. Pravac CF raspolavlja $\sphericalangle ACD$ i okomica iz točke B na CF siječe dužine \overline{AC} i \overline{DC} u točkama P i Q . Dokažite da je $|DQ| = 2|PE|$.
14. U trokutu ABC neka je p pravac koji prolazi težištem trokuta i neka su A i B s jedne strane tog pravca, a C s druge. Neka su X, Y, Z nožišta okomica iz vrhova A, C, B na pravac p . Dokažite da je $|CY| = |AX| + |BZ|$.
15. Zadan je ABC trokut i pravac p koji prolazi vrhom C i siječe unutrašnjost trokuta ABC . Neka su P i Q nožišta okomica na p iz vrhova B i A . Neka je M polovište stranice \overline{AB} . Dokažite da je $|MP| = |MQ|$.
16. Promotrite šiljastokutni trokut ABC čija je površina S . Neka je $CD \perp AB$ ($D \in AB$), $DM \perp AC$ ($M \in AC$) i $DN \perp BC$ ($N \in BC$). Označite s H_1 i H_2 ortocentre trokuta MNC i MND . Izrazite površinu četverokuta AH_1BH_2 pomoću S . (JBMO 2014.)

Literatura:

- Mathematical Olympiad Series: Volume 10: Kim Hoo Hang, Haibin Wang: Solving Problems in Geometry, Insights and Strategies for Mathematical Olympiad and Competitions
- Alfred S. Posamentier, Charles T. Salkind: Challenging Problems in Geometry
- Zadatci s natjecanja