

N/A

Ivan Novak

16. lipnja 2019.

Zadaci

1. Odredi sve funkcije $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ takve da za sve $m, n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$n! + f(m)! \mid f(n)! + f(m!).$$

2. Odredi sve funkcije $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ takve da je

$$xf(x) + f(y)^2 + 2xf(y)$$

potpun kvadrat za sve $x, y \in \mathbb{N}$.

3. Odredi sve surjektivne funkcije $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ takve da za sve $m, n \in \mathbb{N}$ i svaki prost broj p vrijedi da je $f(m+n)$ djeljiv s p ako i samo ako je $f(m) + f(n)$ djeljiv s p .

4. Odredi sve funkcije $f : \mathbb{Q}^+ \rightarrow \mathbb{Q}^+$ takve da za sve $x, y \in \mathbb{Q}^+$ vrijedi

$$f(f(x)^2y) = x^3f(xy).$$

5. Neka je \mathbb{P} beskonačan podskup skupa prostih brojeva. Odredi sve funkcije $f : \mathbb{P} \rightarrow \mathbb{P}$ takve da vrijedi

$$f(p)^{f(q)} + q^p = f(q)^{f(p)} + p^q$$

za sve $p, q \in \mathbb{P}$.

6. Odredi sve funkcije $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ takve da vrijedi

$$f(f(m)^2 + 2f(n)^2) = m^2 + 2n^2$$

za sve $m, n \in \mathbb{N}$.