

Funkcijske i polinomi

Borna Šimić

3. lipnja 2019.

Polinomi

1. Nađi sve polinome P s realnim koeficijentima takve da

$$P(a-b) + P(b-c) + P(c-a) = 2P(a+b+c)$$

za sve $a, b, c \in \mathbb{R}$ takve da $ab + bc + ca = 0$.

2. Nađi sve $(m, n) \in \mathbb{N}^2$ takve da za svaki polinom P stupnja m s realnim koeficijentima postoji polinom Q stupnja n sa realnim koeficijentima takav da

$$Q \mid Q \circ P$$

3. Nađi sve polinome P, Q sa realnim koeficijentima takve da

$$P(Q(x)) = P(x)^{2019}$$

za sve $x \in \mathbb{R}$.

Funkcijske

1. Nađi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da

$$f(x + f(y)) = 2(f(x) + f(y) - x)$$

za sve $x, y \in \mathbb{R}$.

2. Nađi sve funkcije $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ takve da

$$f(f(x) + y) = f(x) + 3x + yf(y)$$

za sve $x, y \in \mathbb{R}^+$.

3. Nađi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da

$$f(x + yf(x)) = f(x) + xf(y)$$