

MEMO pripreme 2019., predavanje: Funkcijske

sastavio: Matko

3. 6. 2019.

Bitno: PROVJERA - eksplicitno reći.

Pojmovi: surjekcija, injekcija, fiksna točka, nultočka, parna, neparna...

1. zadatak: Cauchyjeva funkcijska.

2. zadatak: $f(f(x)) = x$ je injekcija i surjekcija.

3. zadatak: Odredi sve funkcije $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ takve da za sve cijele brojeve m i n vrijedi

$$f(m + f(n)) = f(m) + n.$$

4. zadatak: Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da za sve realne brojeve x i y vrijedi

$$f(x^2 - y^2) = (x - y)(f(x) + f(y)).$$

5. zadatak: Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da za sve realne brojeve x i y vrijedi

$$f(f(x) + y) = f(x^2 - y) + 4f(x)y.$$

6. zadatak: Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da za sve realne brojeve x i y vrijedi

$$f(xf(y)) = f(xy) + x.$$

7. zadatak: Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da za sve realne brojeve x i y vrijedi

$$f(x^2 + xy) = f(x)f(y) + yf(x) + xf(x + y).$$

8. zadatak: Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da za sve realne brojeve x i y vrijedi

$$f(x + yf(x)) = f(f(x)) + xf(y).$$

9. zadatak: Neka je S skup svih realnih brojeva većih od -1 . Nađi sve funkcije $f: S \rightarrow S$ za koje je $f(x)/x$ rastuća na intervalima $\langle -1, 0 \rangle$ i $\langle 0, +\infty \rangle$ te da za sve x i y iz S vrijedi

$$f(x + f(y) + xf(y)) = y + f(x) + yf(x).$$

10. zadatak: Neka je \mathbb{R}^+ skup pozitivnih realnih brojeva. Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ takve da za sve pozitivne realne brojeve x i y vrijedi

$$\left(x + \frac{1}{x}\right) f(y) = f(xy) + f\left(\frac{y}{x}\right).$$

11. zadatak: Neka je \mathbb{R}^+ skup pozitivnih realnih brojeva. Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ takve da za sve pozitivne realne brojeve x i y vrijedi

$$f(x + yf(x) + y^2) = f(x) + 2y.$$

MEMO pripreme 2019., tulum: Funkcijske

sastavio: Matko

3. 6. 2019.

1. zadatak: Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da za sve realne brojeve x i y vrijedi

$$f(f(x) + xy) = f(x) \cdot f(y + 1).$$

2. zadatak: Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da za sve realne brojeve x i y vrijedi

$$f(xf(x) + f(x)f(y) + y - 1) = f(xf(x) + xy) + y - 1.$$

3. zadatak: Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da za sve realne brojeve x i y vrijedi

$$f(x^2 + y) + f(f(x) - y) = 2f(f(x)) + 2y^2.$$

4. zadatak: Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da za sve realne brojeve x i y vrijedi

$$f(f(x) + y) = 2x + f(f(y) - x).$$

5. zadatak: Odredi sve funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takve da za sve realne brojeve x i y vrijedi

$$f(x + y + yf(x)) = f(x) + f(y) + xf(y).$$