O matematičkim natjecanjima učenika osnovne škole

Mea Bombardelli

Razine natjecanja za učenike OŠ

- školsko natjecanje
- općinsko
- županijsko natjecanje
- regionalno
- državno natjecanje
- savezno

od 2011. do danas

	4. r	5. r	6. r	7. r	8. r
Školsko					
Županijsko					
Državno					

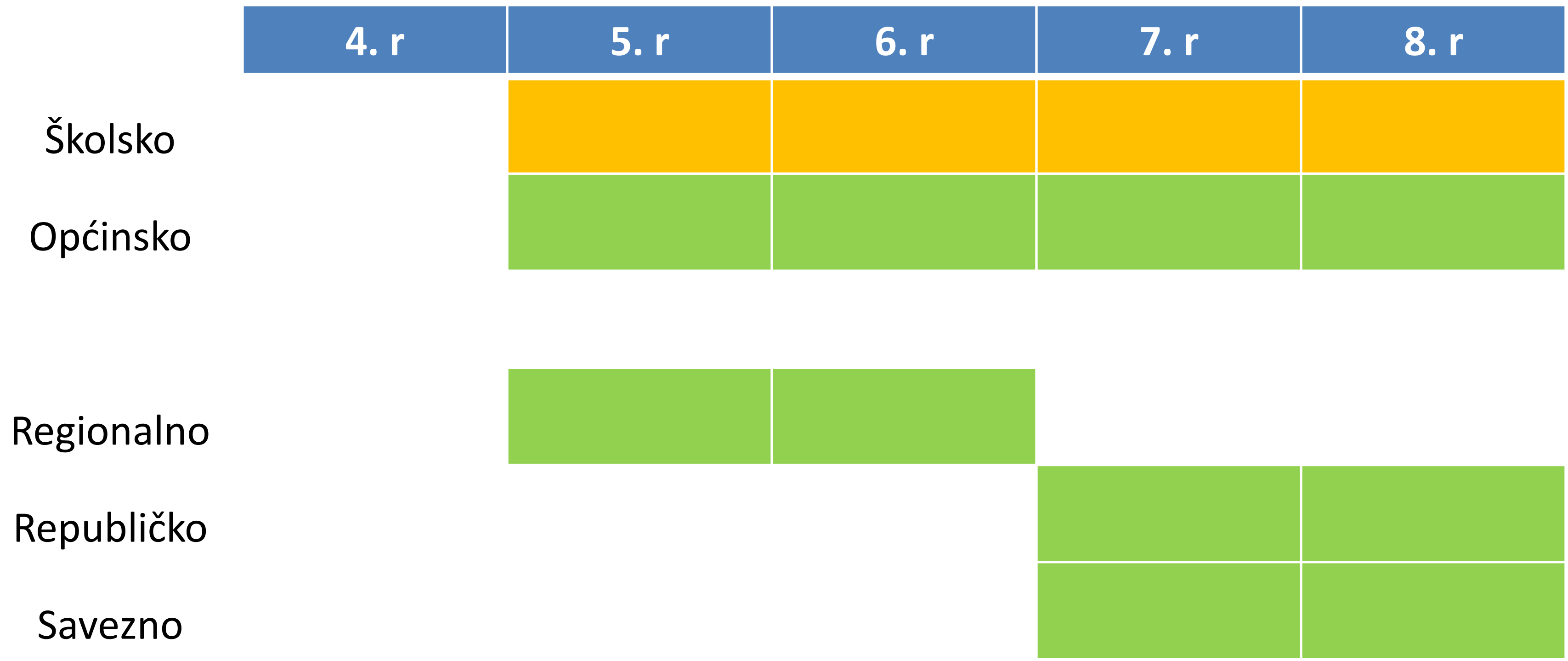
od 2007. do 2010.

	4. r	5. r	6. r	7. r	8. r
Školsko					
Županijsko					
Regionalno					
Državno					

od 1994. do 2006.

	4. r	5. r	6. r	7. r	8. r
Školsko					
Općinsko					
Županijsko					
Regionalno					
Državno					

~ 1990.


4. r
5. r
6. r
7. r
8. r
Školsko
Općinsko
Regionalno
Republičko
Savezno

~ 1982.

	4. r	5. r	6. r	7. r	8. r
Školsko					
Općinsko					
Republičko					
Savezno					

Početci

- šk.g. 1959./60. – prvo natjecanje učenika iz matematike u Hrvatskoj (samo SŠ)
- od 1964./65. – općinsko + republičko za 7. i 8.r
- 1969./70. – Prvo savezno takmičenje mladih matematičara – osnovaca – samo učenici 8.r.

Zadaci na I saveznom takmičenju

Beograd, 14. VI 1970.

1. Dešifrovati jednakost:

$$\overline{abcd} = (5c+1)^2,$$

tj. naći takav četvorocifreni broj $\overline{abcd}$, koji je jednak kvadratu broja $5c+1$. Slova a, b, c, d ovde znače nepoznate cifre. Postupak obrazložiti!

2. Avion je leteo iz A u B i to prvo brzinom 180 km na sat, a kada mu je još preostalo da preleti 320 km manje nego što je već bio preleteo, povećao je brzinu na 250 km na sat. Na taj način je srednja (prosečna) brzina aviona na celom putu AB bila 200 km na sat. Odrediti dužinu (duljinu) puta od A do B.

3. Milan je nacrtao paralelogram $ABCD$, zatim je označio tačkom M središte stranice BC, a tačkom N središte stranice CD, pa je onda izašao iz sobe. Tada je njegova sestra Nada prišla stolu i na crtežu izbrisala sve osim tačaka A, M i N. Pomognite Milanu da rekonstruiše ceo crtež, tj. da nađe i tačke B, C, D.

4. Kraci trapeza su 39 mm i 45 mm, a dijagonala koja je normalna (okomita) na dužem kraku ima dužinu (duljinu) 60 mm.

Konstruisati taj trapez, pa mu izračunati obim (opseg) i površinu.

5. Površina (oplošje) pravilne četvorostrane piramide je $5a^2$, gde je a — dužina osnovne ivice (brida) te piramide.

a) Izraziti zapreminu (volumen) te piramide u funkciji od a.

b) Izračunati tu zapreminu za $a=6$ dm!

REPUBLIČKO NATJECANJE MLADIH MATEMATIČARA UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA REPUBLIKE HRVATSKE

31. 03. 1990.

ZADACI

VII RAZRED

1. Siječanj mjesec jedne godine imao je 4 ponedjeljka i 4 petka. Koji dan u tjednu je bio 1. siječanj?

2. Zbrojimo li svaka dva od četiri broja a, b, c, d, dobićemo ovih šest suma: 1, 2, 5, 6 9, 10. Odredi te brojeve.

3. Odredi sve troznamenkaste brojeve $\overline{abc}$ koji su pet puta veći od produkta svojih znamenki a, b, c.

4. Neka su α, β, γ, δ kutovi četverokuta $ABCD$ i pri tom $\alpha=\beta$, $\delta>\gamma$. Dokaži da je $|BC|>|AD|$.

5. Zadan je pravac p i točke A i B s iste strane tog pravca. Konstruiraj na pravcu p onu točku C za koju je zbroj udaljenosti $|AC|+|BC|$ najmanji.

VIII RAZRED

1. Odredi sve cijele brojeve a za koje je izraz $\dfrac{a^2+1}{a-1}$ također cijeli broj.

2. Odredi opseg pravokutnog trokuta ABC kojemu je površina 54, a duljine stranica povezuje relacija $2b = c + a$.

3. Dokaži da je broj $2^{10} + 5^{12}$ složen broj.

4. Na jednokružnom šahovskom turniru sudjelovalo je 8 igrača i svaki od njih osvojio je različiti broj bodova. Šahist koji je osvojio drugo mjesto imao je isto toliko bodova koliko i četiri poslednja igrača zajedno. Kako je završena partija igrača koji su osvojili treće i sedmo mjesto?

5. Unutar trokuta ABC nalazi se točka P, tako da trokuti ABP, BCP i ACP imaju jednaku površinu. Dokaži da je točka P sjecište težišnica, tj. težište trokuta.

Međunarodna natjecanja

- IMO = International mathematical olympiad
  - od 1957.
  - RH od 1993.
  - 6 učenika

- MEMO =Middle European Mathematical Olympiad
  - od 2007.
  - 6 učenika
    - nisu maturanti
    - bez presjeka s IMO ekipom

Međunarodna natjecanja

- BMO = Balkan Mathematical Olympiad
  - od 1984.
  - 1989. – 6. BMO – Split
  - RH ne sudjeluje

- JBMO = Junior Balkan Mathematical Olympiad
  - od 1997.
  - 2018. – 22. JBMO – Rodos, Grčka
    - prvo sudjelovanje RH
  - 2019. – 23. JBMO - Cipar

Izbor ekipe

- A var SŠ → HMO
  → IMO, MEMO, MYMC (i RMM)
- osnovci → HJMO
  → JBMO

HJMO

- Hrvatska juniorska matematička olimpijada
- 1. HJMO – lipanj 2017.
  - pozvano 8 + 11 učenika (sudjelovalo 17)
- 2. HJMO – svibanj 2018.
  - sudjelovalo 8 + 4 učenika
- 3. HJMO – 30. 4. 2019.

Struktura testa (iz info 2018)

- 4 zadatka, 4 sata, nema šifri
- **A** (algebra): potencije i algebarski izrazi, jednadžbe i sustavi, nejednakosti (A-G)
- **C** (kombinatorika): prebrojavanje, Dirichletov pr., bojanja, invarijante, konstrukcije primjera
- **G** (geometrija): klasična geometrija trokuta (sukladnost i sličnost), kružnice (obodni i središnji kut), Pitagorin poučak
- **N** (teorija brojeva): djeljivost, diofantske jdbe

NIJE uključeno (iz info 2018)

- matematička indukcija
- kompleksni brojevi
- polinomi
- funkcijske jednadžbe
- stereometrija
- analitička geometrija
- vektori
- trigonometrija
- mali Fermatov teorem
- Eulerova funkcija
- itd.

HJMO 2018 – A

- Dokaži da za sve realne brojeve a, b, c veće ili jednake 1 vrijedi

$$3abc + a + b + c \geq 2(ab + bc + ca).$$

HJMO 2018 – C

Na zabavu je došlo 100 osoba među kojima se neke poznaju. Sva poznanstva su uzajamna, a za vrijeme trajanja zabave ne sklapaju se nova poznanstva. Za vrijeme zabave gong je udario sto puta.

Nakon prvog udara gonga odlaze svi koji ne poznaju nikog od ostalih sudionika. Nakon drugog udara gonga odlaze svi koji poznaju točno jednog od preostalih sudionika. Nakon trećeg udara gonga zabavu napuštaju svi koji poznaju točno dva sudionika koja su još na zabavi.

Analogno se nastavlja dalje: nakon k-tog udara gonga odlaze svi koji poznaju točno $k-1$ osoba koje su još na zabavi.

Konačno, nakon stotog udara gonga, odlaze svi koji poznaju točno 99 preostalih sudionika. Na kraju je ostalo n osoba.

Koje vrijednosti može poprimiti broj n?

HJMO 2018 – G

Neka je $ABCD$ kvadrat i k kružnica sa središtem u točki B koja prolazi točkama A i C, te neka je T točka na kružnici k unutar danog kvadrata. Tangenta na kružnicu k u točki T siječe dužine CD i DA redom u točkama E i F. Neka su G i H redom sjecišta pravaca BE i BF s dužinom AC. Dokaži da pravci BT, EH i FG prolaze istom točkom.

HJMO 2018 – N

Odredi sve prirodne brojeve $n > 2$ za koje postoje neparni prirodni brojevi $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (ne nužno različiti) takvi da je

$$a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2$$

kvadrat nekog prirodnog broja.

JBMO 2018 – 1

Odredi sve parove (m, n) cijelih brojeva za koje vrijedi

$$m^5 - n^5 = 16\,mn\,.$$

JBMO 2018 – 2

Neka n troznamenkastih brojeva zadovoljava sljedeće uvjete:

(1) Nijedan broj nema znamenku 0.

(2) Zbroj znamenaka svakog broja je 9.

(3) Znamenke jedinica svaka dva broja su različite.

(4) Znamenke desetica svaka dva broja su različite.

(5) Znamenke stotica svaka dva broja su različite.

Odredi najveću moguću vrijednost broja n.

JBMO 2018 – 3

Neka je $k > 1$ prirodni broj i neka je $n > 2018$ neparan prirodni broj.

Racionalni brojevi $x_1, x_2, \ldots, x_n$ različiti su od nule i nisu svi jednaki te vrijedi

$$x_1 + k / x_2 = x_2 + k / x_3 = x_3 + k / x_4 = \ldots = x_{n-1} + k / x_n = x_n + k / x_1$$

a) Izrazi umnožak $x_1 x_2 \ldots x_n$ kao funkciju od k i n.

b) Odredi najmanju vrijednost broja k tako da postoje $n, x_1, x_2, \ldots, x_n$ koji zadovoljavaju dane uvjete.

JBMO 2018 – 4

Neka je ABC šiljastokutni trokut i neka su A', B', C' točke simetrične vrhovima A, B, C u odnosu na pravce BC, CA, AB redom.

Neka je A_1 ($A_1 \neq A$) drugo sjecište kružnica opisanih trokutima ABB' i ACC'.

Analogno se definiraju točke B_1 i C_1.

Dokaži da se pravci AA_1, BB_1 i CC_1 sijeku u jednoj točki.

Linkovi

- natjecanja.math.hr/
- mnm.hr/online-predavanja
- www.skoljka.org/
- www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/zadaci-OS.htm