

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
28. siječnja 2019.

6. razred - rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. $\left(\frac{5}{3}-1\right) : \frac{1}{6} + \left(\frac{20}{7}-2\right) \cdot 14 - 1\frac{1}{2} : \left(1-\frac{1}{2}\right) =$

$$= \frac{2}{3} : \frac{1}{6} + \frac{6}{7} \cdot 14 - \frac{3}{2} : \frac{1}{2}$$

3 BODA

$$= \frac{2}{3} \cdot 6 + \frac{6}{7} \cdot 14 - \frac{3}{2} \cdot 2$$

$$= 4 + 12 - 3$$

2 BODA

$$= 16 - 3$$

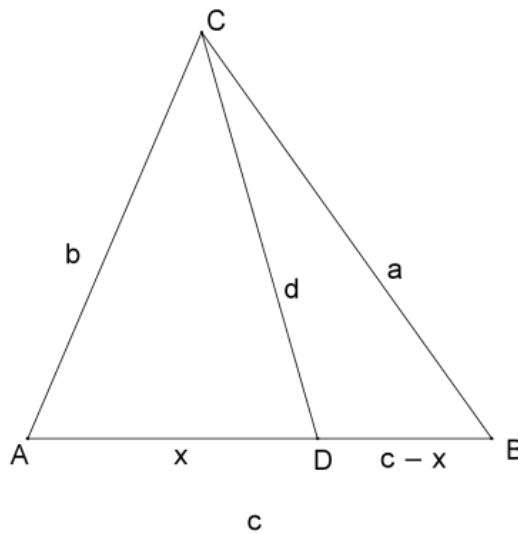
$$= 13$$

1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

2. Skica trokuta podijeljena zadanom dužinom na dva trokuta:

1 BOD



Opseg zadanog trokuta manji je od zbroja opsega dvaju dobivenih trokuta za dvije duljine dužine koja je početni trokut podijelila na dva nova trokuta.

2 BODA

Dakle, vrijedi da je:

$$2d = 41 + 25 - 55$$

1 BOD

$$2d = 11$$

$$d = 5.5 \text{ mm}$$

1 BOD

Tražena duljina zadane dužine iznosi 5.5 mm.

1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

3. Prvi način:

Istanbul je istočnije od Zagreba, a vremenska razlika je 2 sata pa je u Istanbulu bilo 2 sata više nego u Zagrebu kad su poletjeli, odnosno subota, 22:00. 1 BOD

Ako je let trajao $2\frac{1}{12}$ sata, a dvanaestina sata je $60 : 12 = 5$ minuta, u Istanbul su sletjeli za 2 sata i 5 minuta, tj. u nedjelju u 00:05. 1 BOD

Na let za New York čekali su 7 sati što znači da su poletjeli u nedjelju u 07:05. 1 BOD

New York je zapadnije od Istanbula i vremenska razlika je 8 sati pa je u New Yorku bilo 8 sati manje nego u Istanbulu kad su poletjeli, odnosno bila je subota, 23:05 1 BOD

Ako je let do New Yorka trajao $11\frac{5}{12}$ sata, a dvanaestina sata je 5 minuta, trajanje leta je 11 sati i 25 minuta. 1 BOD

Konačno, kad je njihov avion sletio, u New Yorku je bila nedjelja, 10 sati i 30 minuta (10:30). 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

Ukupno trajanje putovanja je $2\frac{1}{12} + 7 + 11\frac{5}{12} = 20\frac{6}{12} = 20\frac{1}{2} = 20.5$ sata. 1 BOD

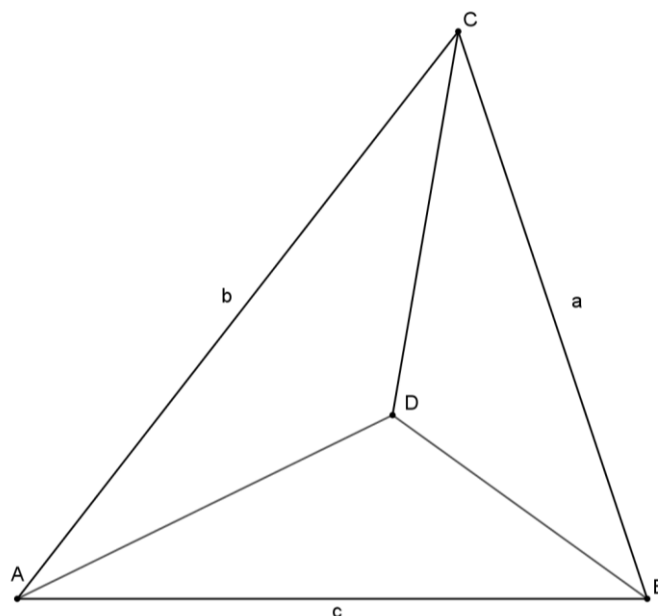
Kako su krenuli iz Zagreba u Istanbul, a Istanbul je istočnije, zbog vremenske razlike od 2 sata na 20.5 sati treba dodati 2 sata, što iznosi 22.5 sata. 2 BODA

Kako je vremenska razlika Istanbula i New Yorka 8 sati, a New York je zapadnije, zbog vremenske razlike od 8 sati od 22.5 sati treba oduzeti 8 sati, što iznosi 14.5 sati. 2 BODA

Od 20:00 do ponoći su 4 sata, dakle kad su stigli u New York bila je nedjelja, 10:30. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

4.



Skica: 1 BOD

Neka se, primjerice, simetrale povučene iz vrhova A i B sijeku pod kutom od 111° , a simetrale povučene iz vrhova A i C pod kutom od 122° .

U trokutu ABD vrijedi $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + 111^\circ = 180^\circ$, odnosno $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 69^\circ$. Tada je $\alpha + \beta = 138^\circ$. 1 BOD

- Iz trokuta ABC slijedi da je $\gamma = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$. 1 BOD
- U trokutu ACD vrijedi $\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{2} + 122^\circ = 180^\circ$, odnosno $\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma}{2} = 58^\circ$. Tada je $\alpha + \gamma = 116^\circ$. 1 BOD
- Iz trokuta ABC slijedi da je $\beta = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$. 1 BOD
- Onda je $\alpha = 180^\circ - (42^\circ + 64^\circ) = 74^\circ$. Kutovi su 42° , 64° i 74° . 1 BOD
- UKUPNO 6 BODOVA

5. Neka je x broj zahvalnica koje je učitelj pripremio.

Za sudjelovanje mu se prijavilo $x + \frac{2}{13}x = \frac{15}{13}x$ učenika. 1 BOD

Na Večer matematike je došlo $\frac{14}{15}$ tog broja, tj. $\frac{14}{15} \cdot \frac{15}{13}x = \frac{14}{13}x$ učenika. 2 BODA

To je za $\frac{1}{13}$ više od broja pripremljenih zahvalnica.

Iz $\frac{1}{13}x = 20$, dobije se $x = 260$. 2 BODA

Na Večeri matematike sudjelovalo je 280 učenika. 1 BOD

..... UKUPNO 6 BODOVA

6. Označimo prvi pribrojnik s x . Tada je:

1. broj: x

2. broj: $x + 5$

3. broj: $x + 5 + 5 = x + 2 \cdot 5$

...

50. broj: $x + 49 \cdot 5$ 2 BODA

$50x + (1 + 2 + 3 + \dots + 49) \cdot 5 = 8\ 625$ 1 BOD

$1 + 2 + 3 + \dots + 49 = (50 \cdot 49) : 2 = 1\ 225$ (Gaussova dosjetka) 2 BODA

$50x + 1225 \cdot 5 = 8\ 625$ 1 BOD

$50x + 6125 = 8\ 625$

$50x = 2\ 500$

$x = 50$ 2 BODA

$50 + 49 \cdot 5 = 50 + 245 = 295$ 1 BOD

Najmanji pribrojnik je 50, a najveći 295. 1 BOD

..... UKUPNO 10 BODOVA

7. Broj je djeljiv brojem 18 ako je djeljiv brojevima 9 i 2. 1 BOD

Broj je djeljiv brojem 2 ako završava znamenkom 0, 2, 4, 6 ili 8.

Prema uvjetu zadatka vrijedi $c = 2$. 1 BOD

Budući da broj počinje i završava znamenkom a te da različita slova predstavljaju različite znamenke mora biti $a = 4, 6, 8$. 1 BOD

Broj je djeljiv brojem 9 ako mu je zbroj znamenaka djeljiv brojem 9. 1 BOD

1. slučaj:

$a = 4$

Zbroj $4 + b + 2 + d + 4 = 10 + b + d$ mora biti djeljiv brojem 9, tj. mora biti $b + d = 8$ ili $b + d = 17$.

Ako je $b + d = 8$ postoje sljedeće mogućnosti:

<i>b</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>d</i>	8	7	6	5	4	3	2	1	0
	Da	Da	Ne	Da	Ne	Da	Ne	Da	Da

Tri mogućnosti ne vrijede zbog ponavljanja znamenaka pa ovaj slučaj zadovoljavaju brojevi: 40284, 41274, 43254, 45234, 47214 i 48204.

Ako je $b + d = 17$ postoje sljedeće mogućnosti:

<i>b</i>	9	8
<i>d</i>	8	9
	Da	Da

Ovaj uvjet zadovoljavaju brojevi: 48294 i 49284.

2. slučaj:

$$a = 6$$

Zbroj $6 + b + 2 + d + 6 = 14 + b + d$ mora biti djeljiv brojem 9, tj. mora biti $b + d = 4$ ili $b + d = 13$.

Ako je $b + d = 4$ postoje sljedeće mogućnosti:

<i>b</i>	0	1	2	3	4
<i>d</i>	4	3	2	1	0
	Da	Da	Ne	Da	Da

Jedna mogućnost ne vrijedi zbog ponavljanja znamenaka pa drugi uvjet zadovoljavaju brojevi: 60246, 61236, 63216 i 64206.

Ako je $b + d = 13$ postoje sljedeće mogućnosti:

<i>b</i>	4	5	6	7	8	9
<i>d</i>	9	8	7	6	5	4
	Da	Da	Ne	Ne	Da	Da

Dvije mogućnosti ne vrijede zbog ponavljanja znamenaka pa ovaj uvjet zadovoljavaju brojevi: 64296, 65286, 68256 i 69246.

3. slučaj:

$$a = 8$$

Zbroj $8 + b + 2 + d + 8 = 18 + b + d$ mora biti djeljiv brojem 9, tj. mora biti $b + d = 0$, $b + d = 9$ ili $b + d = 18$.

Kako je $b + d = 0$ samo za $b = d = 0$, a $b + d = 18$ samo za $b = d = 9$ oba slučaja ne vrijede zbog ponavljanja znamenaka.

Ako je $b + d = 9$ postoje sljedeće mogućnosti:

<i>b</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<i>d</i>	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
	Da	Ne	Ne	Da	Da	Da	Da	Ne	Ne	Da

Dvije mogućnosti ne vrijede zbog ponavljanja znamenaka pa treći slučaj zadovoljavaju brojevi: 80298, 83268, 84258, 85248, 86238 i 89208.

Dakle ukupno postoje 22 broja koji zadovoljavaju uvjete. To su: 40284, 41274, 43254, 45234, 47214, 48204, 48294, 49284, 60246, 61236, 63216, 64206, 64296, 65286, 68256, 69246, 80298, 83268, 84258, 85248, 86238 i 89208.

Ispisivanje svih rješenja donosi:

6 BODOVA

Ukoliko natjecatelj nije ispisao sva moguća rješenja broj bodova se dodjeljuje na sljedeći način:

1-5 rješenja	1 BOD
6-9 rješenja	2 BODA
10-13 rješenja	3 BODA
14-17 rješenja	4 BODA
18-21 rješenja	5 BODOVA
22 rješenja	6 BODOVA

Ukoliko je natjecatelj ispisao sva rješenja bez raspisivanja po slučajevima ostvaruje na ovom dijelu zadatka svih 6 BODOVA.

..... UKUPNO 10 BODOVA

Napomena: Ukoliko natjecatelj ima zapisane sve brojeve koji udovoljavaju uvjetima zadatka, bez uvodnog obrazloženja (pravila djeljivosti brojem 18 te zaključak o vrijednosti znamenaka a i c), ostvaruje UKUPNO 6 BODOVA.