ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
28. siječnja 2019.

5. razred - rješenja

OVDJE SU DANI NEKI NAČINI RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Prvi način:

$698 \cdot 134 - 260 : 2 \cdot 698 + (13 \cdot 49 + 7 \cdot 9) - 456 : 228 =$
$= 698 \cdot 134 - 130 \cdot 698 + (637 + 63) - 2 =$ 2 BODA
$= 698 \cdot (134 - 130) + 700 - 2 =$ 1 BOD
$= 698 \cdot 4 + 698 =$ 1 BOD
$= 698 \cdot (4 + 1) = 698 \cdot 5 =$ 1 BOD
$= 3\,490$ 1 BOD
………………………………………………………………………… UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

$698 \cdot 134 - 260 : 2 \cdot 698 + (13 \cdot 49 + 7 \cdot 9) - 456 : 228 =$
$= 698 \cdot 134 - 130 \cdot 698 + (637 + 63) - 2 =$ 2 BODA
$= 93\,532 - 90\,740 + 700 - 2$ 3 BODA
$= 2\,792 + 700 - 2$
$= 3\,492 - 2$
$= 3\,490$ 1 BOD
…………………………………………………………………….…. UKUPNO 6 BODOVA

2. Jednoznamenkastim brojevima su označene stranice 1 - 9.
Za njih je potrebno 9 znamenki. 1 BOD
Dvoznamenkastim brojevima je označeno 90 stranica 10 - 99. Za te stranice je potrebno
$2 \cdot 90 = 180$ znamenki. 1 BOD
Za ostale stranice potrebno je $2\,019 - (9 + 180) = 2\,019 - 189 = 1\,830$ znamenki. 1 BOD
Troznamenkastih rednih brojeva stranica ima $1\,830 : 3 = 610$. 1 BOD
To su stranice 100 - 709. 1 BOD
Knjiga ima 709 označenih stranica. 1 BOD
…………………………………………………………………….…. UKUPNO 6 BODOVA

3. Prvi način:

Označimo s x broj uzastopnih večeri koje je Luka imao izvrstan nastup.
Tada je $10 - x$ večeri imao dobar nastup. 2 BODA
Iz uvjeta zadatka slijedi da je $x \cdot 500 + (10 - x) \cdot 300 = 3\,600$. 2 BODA
odnosno $200 \cdot x = 600$, tj. $x = 3$, dakle, Luka je 3 večeri imao izvrstan nastup. 2 BODA
………………………………………………………………………… UKUPNO 6 BODOVA

Napomena: Ukoliko učenik ima točan rezultat bez obrazloženja, dobiva 3 BODA, ukoliko je napisao provjeru da to rješenje zadovoljava uvjete zadatka dobiva 4 BODA, a ukoliko je, na bilo koji način (npr. kao što je to gore opisano) **dokazao** da je to jedino rješenje, dobiva svih 6 BODOVA.

Drugi način:

Za svih 10 nastupa Luka je sigurno dobio 10 · 300 = 3 000 kuna. 2 BODA

Izvrstan nastup plaća se dodatnih 500 kn – 300 kn = 200 kn. 1 BOD

Razliku 3 600 kn – 3 000 kn = 600 kn ostvario je za izvrsne nastupe. 1 BOD

Broj izvrsnih nastupa je 600 kn : 200 kn = 3. 2 BODA

………………………………………………………………………………. UKUPNO 6 BODOVA

4. Najveći troznamenkasti parni broj s različitim znamenkama je 986, 1 BOD

a najmanji troznamenkasti neparni broj s različitim znamenkama je 103. 1 BOD

Njihov je zbroj 1 089, a razlika 883. 2 BODA

Traženi umnožak iznosi 961 587. 2 BODA

……………………………………………………………………………… UKUPNO 6 BODOVA

5. Prvi način:

Neka je *x* nepoznati broj.

$56 + 57 + 58 + \cdots + 105 + 106 = x + 2\,112$ 1 BOD

Prema Gaussovoj dosjetci:

$106 \cdot 107 : 2 - 55 \cdot 56 : 2 =$ 2 BODA

$= 5\,671 - 1\,540$

$= 4\,131$ 1 BOD

$4\,131 = x + 2\,112$

$x = 4\,131 - 2\,112$ 1 BOD

$x = 2\,019$ 1 BOD

……………………………………………………………………………… UKUPNO 6 BODOVA

Drugi način:

Neka je *x* nepoznati broj.

$56 + 57 + 58 + \cdots + 105 + 106 = x + 2\,112$ 1 BOD

Prema Gaussovoj dosjetci:

$25 \cdot 161 + 106 =$ 2 BODA

$= 4\,025 + 106$

$= 4\,131$ 1 BOD

$4\,131 = x + 2\,112$

$x = 4\,131 - 2\,112$ 1 BOD

$x = 2\,019$ 1 BOD

………………………………………………………………..……..… UKUPNO 6 BODOVA

Treći način:

Neka je *x* nepoznati broj.

$56 + 57 + 58 + \cdots + 105 + 106 = x + 2\,112$ 1 BOD

Prema Gaussovoj dosjetci:

$(51 \cdot 162) : 2 =$ 2 BODA

$= 8\,262 : 2$

$= 4\,131$ 1 BOD

$4\,131 = x + 2\,112$

$x = 4\,131 - 2\,112$ 1 BOD

$x = 2\,019$ 1 BOD

……………………………………………………………………………… UKUPNO 6 BODOVA

6. Prvi način:

D(7,8) = 1, D(8,9) = 1, D(7,9) = 1

Neki broj će istovremeno biti djeljiv brojevima 7, 8 i 9 ako i samo ako je djeljiv njihovim umnoškom. 2 BODA

$7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$ 2 BODA

$20 \cdot 504 = 10\ 080$ (peteroznamenkast), dok je $19 \cdot 504 = 9\ 576$ (četveroznamenkast). 2 BODA

Najmanji peteroznamenkasti prirodni broj koji je djeljiv istovremeno sa 7, 8 i 9 je 10 080. 1 BOD

$198 \cdot 504 = 99\ 792$ (peteroznamenkast), dok je $199 \cdot 504 = 100\ 296$ (šesteroznamenkast). 2 BODA

Najveći peteroznamenkasti prirodni broj koji je djeljiv istovremeno sa 7, 8 i 9 je 99 792. 1 BOD

…………………………………………………………………………..……UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

D(7,8) = 1, D(8,9) = 1, D(7,9) = 1

Neki broj će istovremeno biti djeljiv brojevima 7, 8 i 9 ako i samo ako je djeljiv njihovim umnoškom. 2 BODA

$7 \cdot 8 \cdot 9 = 504$ 2 BODA

10000 : 504 = 19
 4960
  424

$20 \cdot 504 = 10\ 080$ 2 BODA

Najmanji peteroznamenkasti prirodni broj koji je djeljiv istovremeno sa 7, 8 i 9 je 10 080. 1 BOD

Najveći peteroznamenkasti broj djeljiv brojem 504 može se odrediti tako da se broj 99 999 umanji za ostatak pri dijeljenju broja 9 999 brojem 504.

99999 : 504 = 198
4959
 4239
  207

Najveći peteroznamenkasti prirodni broj koji je djeljiv istovremeno sa 7, 8 i 9 je 99 999 – 207 = 99 792. 3 BODA

………………………………………………..…………………..……… UKUPNO 10 BODOVA

7. Prvi način:

Izražavanje duljina stranica pravokutnika u centimetrima:

$4 \text{ m} = 400 \text{ cm}, \ 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$ 1 BOD

Površina tla plastenika: $400 \cdot 200 = 80\ 000 \text{ cm}^2$ 1 BOD

Površina dna vaze s maćuhicama: $10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$ 1 BOD

Površina dna vaze s tratinčicama: $20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$ 1 BOD

Označimo li sa x broj vaza s tratinčicama, tada vaza s maćuhicama ima $3 \cdot x$. 1 BOD

$x \cdot 400 + 3 \cdot x \cdot 100 = 80\ 000$ 1 BOD

$400 \cdot x + 300 \cdot x = 80\ 000$

$700 \cdot x = 80\ 000$ 1 BOD

Djelomični količnik brojeva 80 000 i 700 je 114. 1 BOD

U plasteniku će se nalaziti 114 vaza s tratinčicama. 1 BOD

$3 \cdot 114 = 342$

U plasteniku će se nalaziti 342 vaze s maćuhicama. 1 BOD

……………………………………………………………………..……… UKUPNO 10 BODOVA

Drugi način:

Površina tla plastenika: $4 \cdot 2 = 8\ \text{m}^2$ 1 BOD

Površina dna vaze s maćuhicama: $10 \cdot 10 = 100\ \text{cm}^2$ 1 BOD

Površina dna vaze s tratinčicama: $20 \cdot 20 = 400\ \text{cm}^2$ 1 BOD

Izražavanje površine tla plastenika u cm^2:

$8\ \text{m}^2 = 80\,000\ \text{cm}^2$ 1 BOD

Označimo li sa x broj vaza s tratinčicama, tada vaza s maćuhicama ima $3 \cdot x$. 1 BOD

$x \cdot 400 + 3 \cdot x \cdot 100 = 80\,000$ 1 BOD

$400 \cdot x + 300 \cdot x = 80\,000$

$700 \cdot x = 80\,000$ 1 BOD

Djelomični količnik brojeva 80 000 i 700 je 114. 1 BOD

U plasteniku će se nalaziti 114 vaza s tratinčicama. 1 BOD

$3 \cdot 114 = 342$

U plasteniku će se nalaziti 342 vaze s maćuhicama. 1 BOD

…………………………………………………………………………………UKUPNO 10 BODOVA