

DRŽAVNO NATJECANJE
IZ MATEMATIKE
Primošten, 3.travnja-5.travnja 2017.

8. razred-osnovna škola

1. Zadan je pravilni šesterokut $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Točke P_1 i P_2 su polovišta stranica $\overline{A_4A_5}$ i $\overline{A_3A_4}$. Koliki je omjer površina trokuta $\Delta P_1A_1P_2$ i pravilnog šesterokuta $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$?
2. Riješi sustav jednažbi:
$$(x+y)^2 - z^2 = 1, \quad (y+z)^2 - x^2 = 5, \quad (z+x)^2 - y^2 = 10.$$
3. Neka su p i q zadani različiti prosti brojevi. Nađi sve uređene parove (m, n) prirodnih brojeva koji zadovoljavaju jednažbu $p \cdot m + q \cdot n = m \cdot n$.
4. Neka je H nožište visine trokuta ΔABC povučene iz vrha C . Neka su R i S redom točke u kojima kružnice upisane trokutima ΔAHC i ΔBCH diraju \overline{CH} . Ako je $|AB| = 2018$, $|AC| = 2017$ i $|BC| = 2016$, izračunaj $|RS|$.
5. Dvadeset učenika koji sudjeluju na kampu iz matematike odlučili su međusobno poslati poruke i to svaki od njih točno desetorici preostalih učenika. Odredi najmanji mogući broj obostranih poruka, tj. nađi primjer rasporeda slanja poruka u kojem je broj obostranih poruka najmanji mogući i dokaži da manji broj obostranih poruka nije moguće postići.
(Kažemo da je poruka između učenika A i B obostrana ako vrijedi da je učenik A poslao poruku učeniku B i da je učenik B poslao poruku učeniku A.)

Svaki se zadatak boduje s 10 bodova.

Nije dopuštena uporaba džepnog računala niti bilo kakvih priručnika.