# IMO pripreme 2016 – Lijepa geometrija

Matija Bašić

17. 6. 2016.

1. (Iran 2009) U trokutu $ABC$ vrijedi $|AB| \neq |AC|$. Neka je točka $D$ na pravcu $BD$ takva da je $|BA| = |BD|$ pri čemu je $B$ između $C$ i $D$. Neka je $I_C$ središte pripisane kružnice trokutu $ABC$ obzirom na vrh $C$. Neka je $T$ drugo sjecište pravca $CI_C$ i kružnice opisane trokutu $ABC$. Ako je $\sphericalangle TDI_C = \dfrac{\sphericalangle ABC + \sphericalangle ACB}{4}$, odredi kut $\sphericalangle BAC$.

2. (Bjelorusija 2015) Neka je $ABCD$ tetivni četverokut, pri čemu je $P$ presjek pravaca $AB$ i $CD$, a $Q$ presjek pravaca $AD$ i $BC$. Dokaži da je udaljenost ortocentara trokuta $APD$ i $AQB$ jednaka udaljenosti ortocentara trokuta $CQD$ i $BPC$.

3. (Iran 2013) Četverokut $ABCD$ je upisan u kružnicu $k$. Neka su $I_1$ i $I_2$ središta upisanih kkružnica trokuta $ACD$ i $ABC$ kojima su polumjeri $r_1$ i $r_2$, redom. Pretpostavimo da je $r_1 = r_2$. Kružnica $k'$ dira stranice $\overline{AB}$ i $\overline{AD}$, te dira kružnicu $k$ u točki $T$. Tangente u točkama $T$ i $A$ na kružnicu $k$ se sijeku u točki $K$. Dokaži da su $I_1$, $I_2$ i $K$ kolinearne.

4. (Iran 2013) Neka su $AD$ i $AH$ simetrala kuta i visina iz vrha $A$, redom. Simetrala dužine $\overline{AD}$ siječe polukružnice s promjerima $\overline{AB}$ i $\overline{AC}$ sijeku u točkama $X$ i $Y$, redom. Dokaži da je četverokut $XYDH$ tetivan.